

# 第五章 連續波指數調變EXPONENTIAL CW MODULATION

作者： 陳昭宏

義守大學 電子工程系

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------

## 目錄

第五章 連續波指數調變EXPONENTIAL CW MODULATION.....	1
第一節 學習目標.....	3
第二節 相位與頻率調變(phase and frequency modulation) .....	4
一、 相位調變訊號(PM signals) .....	4
二、 頻率調變訊號(FM signals).....	5
三、 名詞整理：頻率(frequency)&相位(phase).....	6
四、 頻寬降低(Bandwidth reduction)! ? .....	7
五、 音頻調變(Tone modulation).....	9
六、 Bessel function .....	11
七、 多音頻週期調變 (Multitone and periodic Modulation).....	12
八、 範例： FM with pulse-train modulation.....	13
第三節 傳輸頻寬與失真(Transmission bandwidth and distortion) .....	16
一、 傳輸頻寬估測(Transmission bandwidth estimates) .....	16
二、 傳輸頻寬與訊號頻寬之關係 .....	16
三、 範例： Commercial FM bandwidth .....	18
四、 線性失真(Linear Distortion).....	18
五、 FM轉換至AM(FM-to-AM conversion) .....	20
六、 非線性失真 (Nonlinear Distortion).....	20
七、 理想硬式限制器或截波器(ideal hard limiter or clipper).....	21
八、 非線性失真之應用 .....	22

第四節 產生與偵測FM與PM(Generation and detection of FM and PM) .....	23
一、 直接頻率調變與電壓控制振盪器(Direct FM and VCOs) .....	23
二、 Switching circuit phase modulator .....	24
三、 相位調變與間接頻率調變(Phase modulators and Indirect FM) .....	25
四、 Indirect FM transmitter .....	25
五、 n倍頻器(frequency multiplier).....	26
六、 範例 Indirect FM transmitter 設計 .....	26
七、 練習：證明下圖之相位 .....	27
八、 三角波頻率調變(Triangular-Wave FM).....	27
第五節 頻率偵測(Frequency Detection).....	29
一、 FM-to-AM conversion envelop detector.....	29
二、 Slop detection with a tuned circuit .....	30
三、 Phase shift discrimination Quadrature detector.....	31
四、 zero-crossing detection .....	32
第六節 干擾(interference).....	33
一、 干擾弦波訊號(interfering sinusoids).....	33
二、 解強調與預強調濾波(de-emphasis and pre-emphasis filtering).....	34
三、 FM capture effect .....	36

## 第一節 學習目標

相關單元

[學習目標](#)、[相位與頻率調變](#)、[傳輸頻寬與失真](#)、[產生與偵測FM與PM](#)、[頻率偵測](#)、[干擾\(interference\)](#)

[目錄](#)

- 找出指數調變訊號之瞬間(instance)相位與頻率。
- 畫出音頻 FM 或 PM 調變之線頻譜(line spectrum)與相位圖(phasor diagram)。
- 估測(estimate) FM 或 PM 訊號傳輸時所需之頻寬(bandwidth)。
- 辨識失真(distortion)、限制(limiting)、頻率乘積在 FM 或 PM 訊號之影響。
- 依所需應用，設計 FM 產生器與偵測器。
- 使用相位圖分析 AM、FM、PM 干擾問題。

## 第二節 相位與頻率調變(phase and frequency modulation)

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">相位調變訊號</a> 、 <a href="#">頻率調變訊號</a> 、 <a href="#">名詞整理：頻率&amp;相位</a> 、 <a href="#">頻寬降低</a> 、 <a href="#">音頻調變</a> 、 <a href="#">Bessel function</a> 、 <a href="#">多音頻週期調變</a> 、 <a href="#">範例：FM</a>	

- 相位與頻率調變(PM 與 FM)是一種**指數型調變**，**非線性**。

$$y_c = A_c \operatorname{Re} \left[ e^{j[\omega_c t + \varphi(t)]} \right]$$

- 寫為指數型態

$$y_c = A_c \cos[\omega_c t + \varphi(t)]$$

- 其中

$$\varphi(t) = \text{與輸入訊號} x(t) \text{有關之函式}$$

如： $\varphi(t) = \varphi_a (1 + \eta x(t))$

- PM與FM訊號之**瞬間相位**為

$$\theta_c(t) = \omega_c t + \varphi(t)$$

- 因為受輸入訊號調制改變之部份為相角部份，因此又稱**角調變**。

以下我們將就[相位調變訊號](#)、[頻率調變訊號](#)等之定義與數學模型進行簡單之說明與討論。並[整理：頻率&相位](#)等相關之名辭。並對[音頻調變](#)、[多音頻週期調變](#)等調變訊號之性能與[頻寬降低](#)等問題進行分析討論。過程中會說明[Bessel function](#)並舉[範例：FM](#)說明。

### 一、相位調變訊號(PM signals)

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">相位調變訊號</a> 、 <a href="#">頻率調變訊號</a> 、 <a href="#">名詞整理：頻率&amp;相位</a> 、 <a href="#">頻寬降低</a> 、 <a href="#">音頻調變</a> 、 <a href="#">Bessel function</a> 、 <a href="#">多音頻週期調變</a> 、 <a href="#">範例：FM</a>	

- 基本指數調變訊號型式。

- 其中

$$y_c = A_c \cos[\omega_c t + \varphi(t)]$$

- 訊號之**瞬間相位**為

$$\theta_c(t) = \omega_c t + \varphi(t)$$

□ 假設

$$\phi(t) = \phi_{\Delta} x(t) \quad \phi_{\Delta} \leq 180^{\circ}$$

- 其中 $x(t)$ 為輸入訊號， $\phi_{\Delta}$ 為[相位調變係數](#)
- 相位調變訊號之平均功率與輸入無關，為

$$S_T = \frac{1}{2} A_c^2$$

## 二、頻率調變訊號(FM signals)

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">相位調變訊號</a> 、 <a href="#">頻率調變訊號</a> 、 <a href="#">名詞整理：頻率&amp;相位</a> 、 <a href="#">頻寬降低</a> 、 <a href="#">音頻調變</a> 、 <a href="#">Bessel function</a> 、 <a href="#">多音頻週期調變</a> 、 <a href="#">範例：FM</a>	

□ 指數調變訊號之[瞬間頻率](#)（[瞬間相位](#)之微分）為

$$f(t) = \frac{\Delta}{2\pi} \dot{\theta}_c(t) = f_c + \frac{1}{2\pi} \dot{\phi}(t)$$

□ 簡化為

$$f(t) = f_c + f_{\Delta} x(t) \quad f_{\Delta} \leq f_c$$

- 其中 $x(t)$ 為輸入訊號， $f_{\Delta}$ 為[頻率調變係數](#)
- 訊號之[瞬間相位](#)為

$$\phi(t) = 2\pi f_{\Delta} \int_{t_0}^t x(\lambda) d\lambda + \phi(t_0) \quad t \geq t_0$$

$$\phi(t) = 2\pi f_{\Delta} \int x(\lambda) d\lambda$$

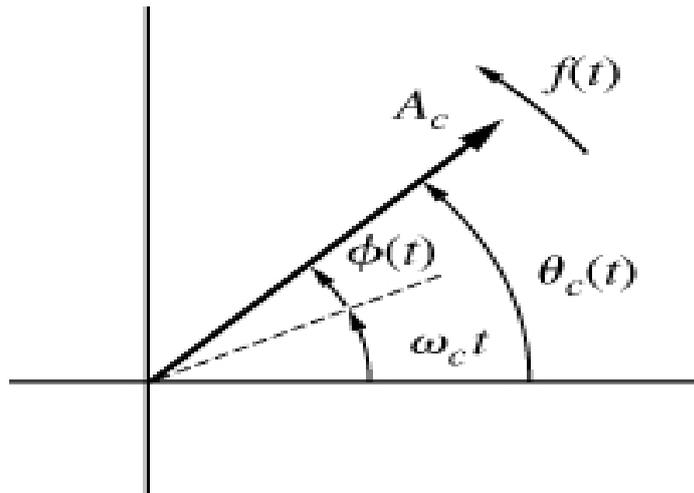
□ 頻率調變訊號

$$y_c(t) = A_c \cos \left[ \omega_c t + 2\pi f_{\Delta} \int x(\lambda) d\lambda \right]$$

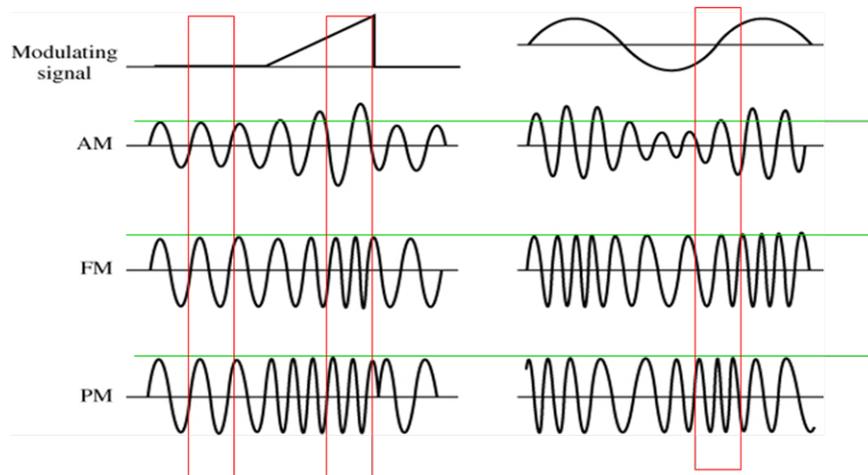
□ 平均功率與輸入無關，為

$$S_T = \frac{1}{2} A_c^2$$

**Rotating phasor representation of exponential modulation**



### Illustrative AM, FM, and PM waveforms



### 三、名詞整理：頻率(frequency)&相位(phase)

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">相位調變訊號</a> 、 <a href="#">頻率調變訊號</a> 、 <a href="#">名詞整理：頻率&amp;相位</a> 、 <a href="#">頻寬降低</a> 、 <a href="#">音頻調變</a> 、 <a href="#">Bessel function</a> 、 <a href="#">多音頻週期調變</a> 、 <a href="#">範例：FM</a>	

- [瞬間相位](#) Instantaneous phase
- [相位調變](#) Phase modulation
- [相位調變係數](#) (變量) phase modulation index, or phase deviation
- [瞬間頻率](#) Instantaneous frequency
- [頻率調變](#) Frequency modulation
- [頻率調變係數](#) (變量) Frequency modulation index , or frequency deviation

#### 四、頻寬降低(Bandwidth reduction)! ?

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">相位調變訊號</a> 、 <a href="#">頻率調變訊號</a> 、 <a href="#">名詞整理：頻率&amp;相位</a> 、 <a href="#">頻寬降低</a> 、 <a href="#">音頻調變</a> 、 <a href="#">Bessel function</a> 、 <a href="#">多音頻週期調變</a> 、 <a href="#">範例：FM</a>	

- 當我們將[瞬間頻率](#)之調變係數一直降低至小於訊號輸入之訊號頻寬是否可以降低傳輸訊號所需之頻寬？首先要瞭解
  - [瞬間頻率](#) Instantaneous frequency：為訊號在某時間瞬間之相位變化量。
  - 頻譜頻率 spectral frequency：為訊號實際傳輸時，時域訊號所對應之頻譜。
- 答案是否定，無法降低頻寬。但指數調變可有較佳之雜訊抑制能力。

練習: 瞭解訊號之[瞬間頻率](#)

- 若 FM 調變訊號如 AM 之定義，直接以輸入訊號調制載波頻率

$$x_c(t) = A_c \cos(\omega_c(t)t)$$
$$\text{with } \omega_c(t) = \omega_c [1 + \mu x(t)]$$

- 請說明當訊號為

$$x(t) = \cos(\omega_m t)$$

- [瞬間頻率](#)  $f(t)$  與訊號  $x(t)$  並無直接定義關係。

#### 窄頻帶 PM 與 FM(narrowband PM and FM)

- 指數調變訊號表示如

$$x_c(t) = A_c \cos(\omega_c t + \phi(t))$$

- 以和角公式展開

$$x_c(t) = x_{ci}(t) \cos \omega_c t - x_{cq}(t) \sin \omega_c t$$

- 其中，以泰勒展開式展開

$$x_{ci}(t) = A_c \cos \phi(t) = A_c \left[ 1 - \frac{1}{2!} \phi^2(t) + \dots \right]$$
$$x_{cq}(t) = A_c \sin \phi(t) = A_c \left[ \phi(t) - \frac{1}{3!} \phi^3(t) + \dots \right]$$

- 假設

$$|\phi(t)| \ll 1 \text{ rad}$$

- 則  $x_{ci}(t) \approx A_c$       $x_{cq}(t) \approx A_c \phi(t)$

- PM → AM!!!

- 訊號頻帶

$$X_c(f) = \frac{1}{2} A_c \delta(f - f_c) + \frac{j}{2} A_c \Phi(f - f_c), \quad f > 0$$

- 頻譜與 AM、DSB 類似

- 其中

$$\Phi(f) = \mathcal{F}[\phi(t)] = \begin{cases} \phi_\Delta X(f) & PM \\ -j f_\Delta X(f) / f & FM \end{cases}$$

- 因此若訊號調變相位之量很小(narrowband phase of frequency)稱窄頻帶PM與FM，可以以AM調變器實作。

範例：訊號  $\text{sinc}(2Wt)$  之NBPM頻譜

- 訊號  $x(t) = \text{sinc}(2Wt)$

- 頻譜  $X(f) = (1/2W) \Pi(f/2W)$

- NBPM之調變訊號

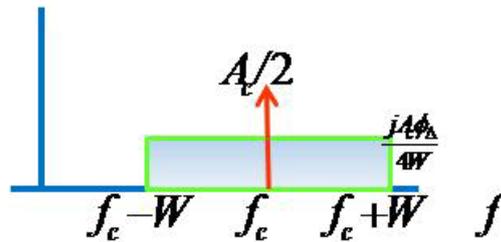
$$x_c(t) = x_{ci}(t) \cos \omega_c t - x_{cq}(t) \sin \omega_c t$$

- 近似為

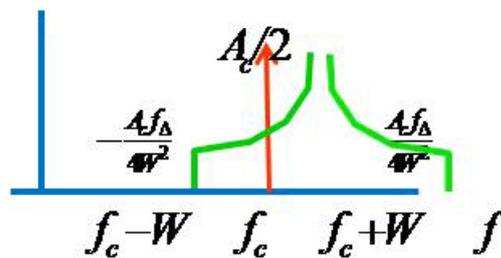
$$x_{ci}(t) \approx A_c \left[ 1 - \frac{1}{2} \phi^2(t) \right] \text{ and } x_{cq}(t) = A_c \phi(t)$$

$$\Phi(f) = \mathcal{F}[\phi(t)] = \begin{cases} \phi_{\Delta} X(f) & PM \\ -j f_{\Delta} X(f) / f & FM \end{cases}$$

□ **NBPM** 頻譜



□ **NBFM** 頻譜



## 五、音頻調變 (Tone modulation)

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">相位調變訊號</a> 、 <a href="#">頻率調變訊號</a> 、 <a href="#">名詞整理：頻率&amp;相位</a> 、 <a href="#">頻寬降低</a> 、 <a href="#">音頻調變</a> 、 <a href="#">Bessel function</a> 、 <a href="#">多音頻週期調變</a> 、 <a href="#">範例：FM</a>	

□ 當輸入訊號為音頻，則調變之相位為  $\phi(t) = \beta \sin \omega_m t$

□ 其中調變係數(modulation index)，等於最大相位移(maximum phase deviation)

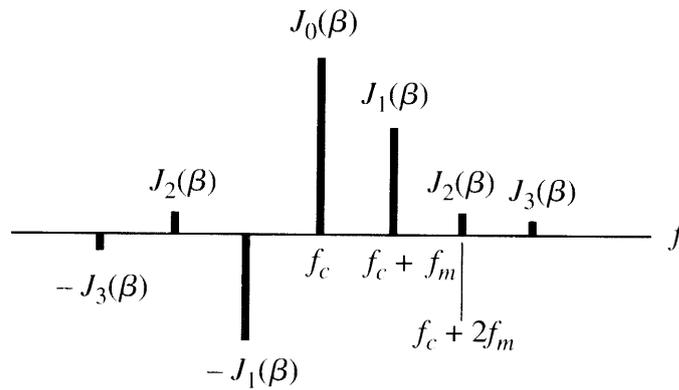
$$\beta = \begin{cases} \phi_{\Delta} A_m & PM \\ (A_m / f_m) f_{\Delta} & FM \end{cases}$$

□ 窄頻調變需  $\beta \ll 1$

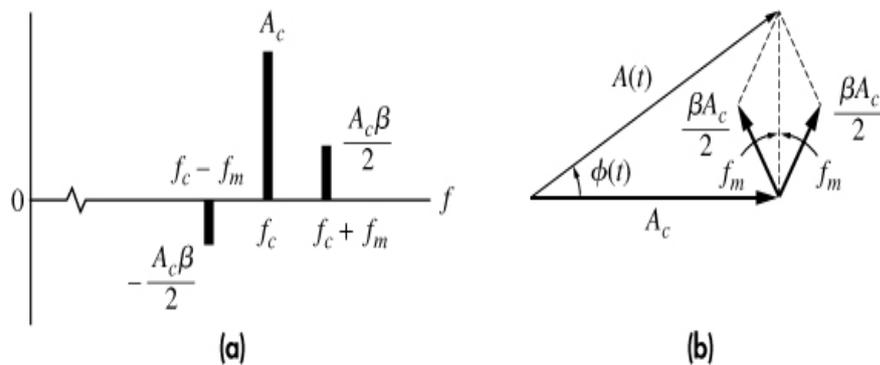
$$x_c(t) \approx A_c \cos \omega_c t - A_c \beta \sin \omega_m t \sin \omega_c t$$

$$\approx A_c \cos \omega_c t - \frac{A_c \beta}{2} \cos(\omega_c - \omega_m)t + \frac{A_c \beta}{2} \cos(\omega_c + \omega_m)t$$

□ 音頻調變之頻譜



□ **NBFM** with tone modulation (a) Line spectrum; (b) Phasor diagram



□ 所以調變訊號可以整理如下(類似振幅調變)

$$\begin{aligned} x_c(t) &= A_c [\cos \phi(t) \cos \omega_c t - \sin \phi(t) \sin \omega_c t] \\ &= A_c [\cos(\beta \sin \omega_m t) \cos \omega_c t - \sin(\beta \sin \omega_m t) \sin \omega_c t] \end{aligned}$$

□ 其中

$$\cos(\beta \sin \omega_m t) = J_0(\beta) + \sum_{n \text{ even}} 2J_n(\beta) \cos n\omega_m t$$

$$\sin(\beta \sin \omega_m t) = \sum_{n \text{ odd}} 2J_n(\beta) \sin n\omega_m t$$

□  $J_n(\beta)$  為 **Bessel functions**，nth階公式如下

$$J_n(\beta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(\beta \sin \lambda - n\lambda)} d\lambda$$

□ 將前面幾個式子代入整理得

$$x_c(t) = A_c J_n(\beta) \cos \omega_c t$$

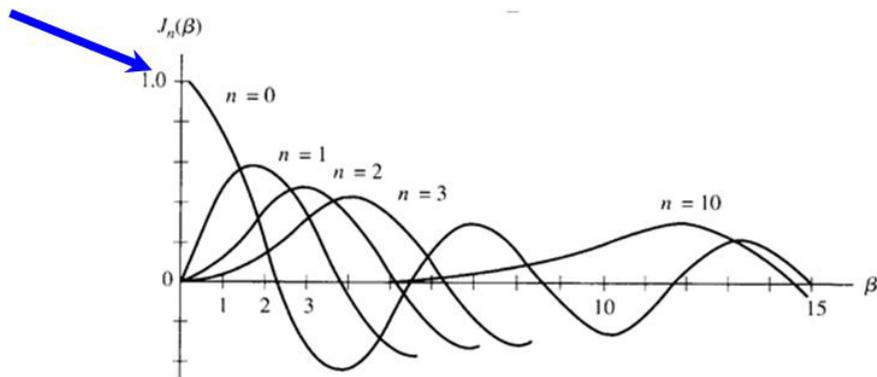
$$\begin{aligned}
& + \sum_{n \text{ even}}^{\infty} A_c J_n(\beta) [\cos(\omega_c + n\omega_m)t + \cos(\omega_c - n\omega_m)t] \\
& + \sum_{n \text{ odd}}^{\infty} A_c J_n(\beta) [\cos(\omega_c + n\omega_m)t - \cos(\omega_c - n\omega_m)t] \\
x_c(t) & = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cos(\omega_c + n\omega_m)t
\end{aligned}$$

## 六、Bessel function

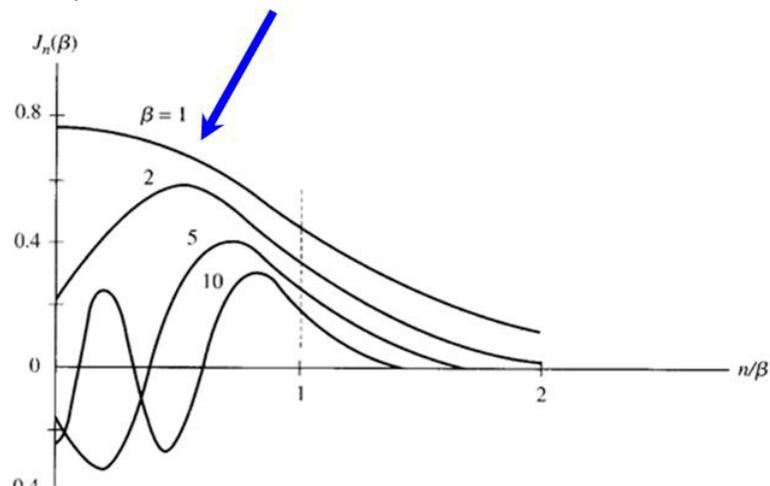
相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">相位調變訊號</a> 、 <a href="#">頻率調變訊號</a> 、 <a href="#">名詞整理：頻率&amp;相位</a> 、 <a href="#">頻寬降低</a> 、 <a href="#">音頻調變</a> 、 <a href="#">Bessel function</a> 、 <a href="#">多音頻週期調變</a> 、 <a href="#">範例：FM</a>	

□ 右圖與下圖為[Bessel functions](#) 圖

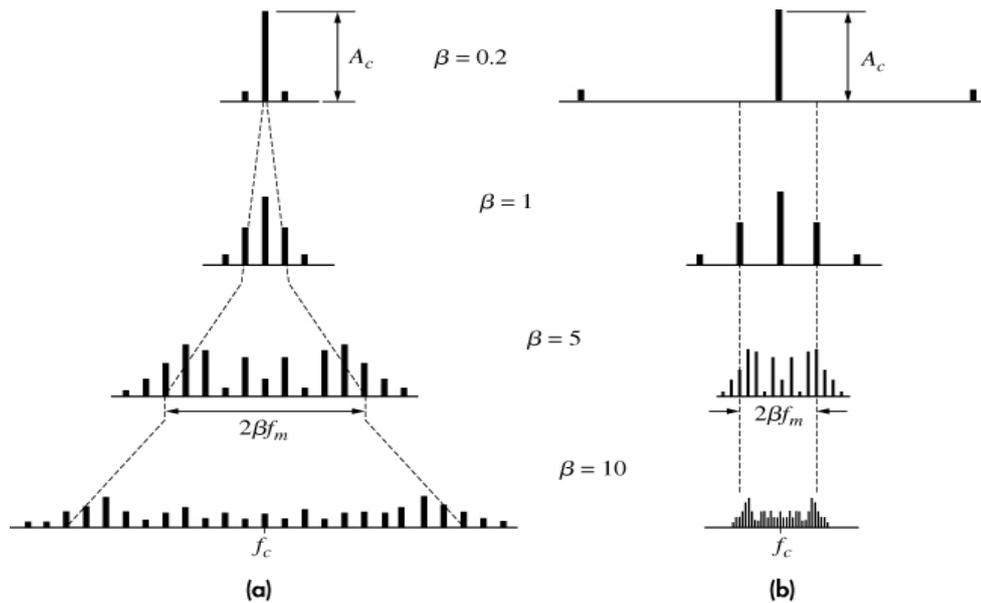
□ 不同階數



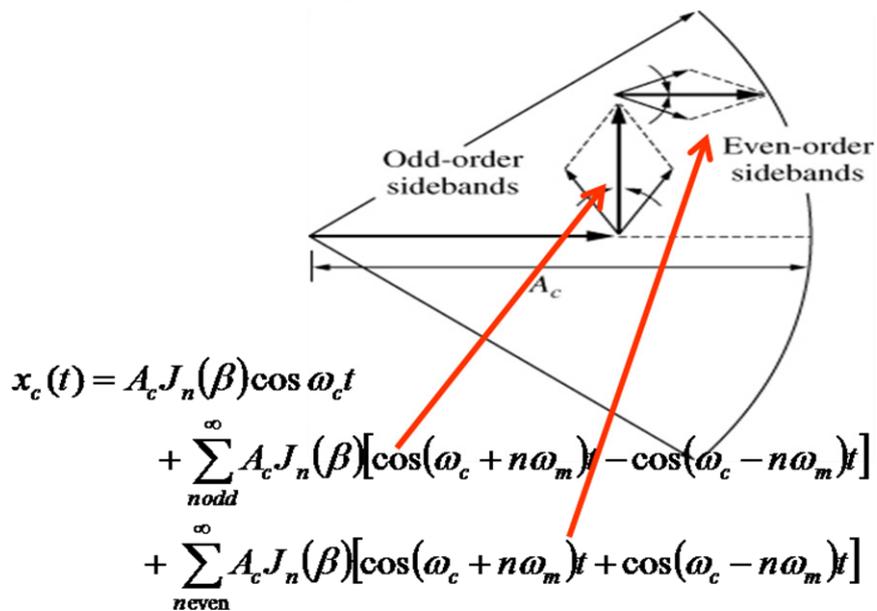
□ 不同  $\beta$



Tone-modulated line spectra (a) FM or PM with  $f_m$  fixed; (b) FM with  $A_m f_\Delta$  fixed



FM phasor diagram for arbitrary  $\beta$



## 七、多音頻週期調變 (Multitone and periodic Modulation)

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">相位調變訊號</a> 、 <a href="#">頻率調變訊號</a> 、 <a href="#">名詞整理：頻率&amp;相位</a> 、 <a href="#">頻寬降低</a> 、 <a href="#">音頻調變</a> 、 <a href="#">Bessel function</a> 、 <a href="#">多音頻週期調變</a> 、 <a href="#">範例：FM</a>	

- 可以把單音頻調變訊號之結果，應用至多音頻訊號，如

$$x(t) = A_1 \cos(\omega_1 t) + A_2 \cos(\omega_2 t)$$

- 得調變後訊號 (應用[Bessel functions](#)表示)

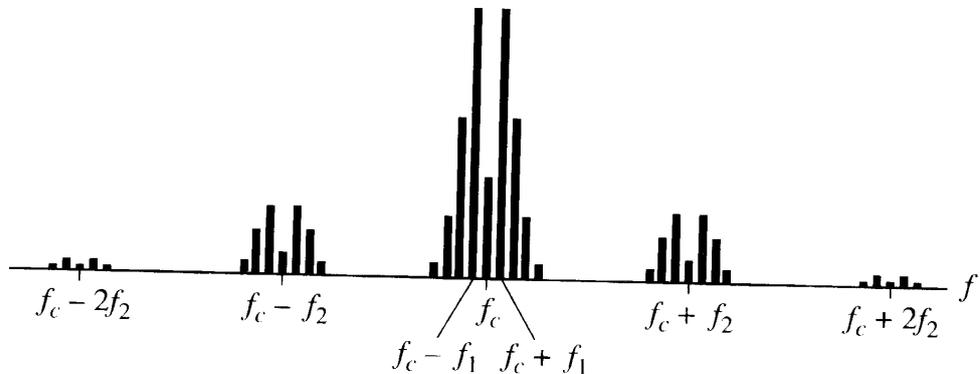
$$x_c(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_n(\beta_1) J_m(\beta_2) \cos(\omega_c + n\omega_1 + m\omega_2)t$$

□ 當訊號為週期訊號

$$x_c(t) = A_c \operatorname{Re} \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j(\omega_c + n\omega_0)t} \right]$$

$$c_n = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} \exp j[\phi(t) - n\omega_0 t] dt$$

多音頻週期調變之頻譜



## 八、範例：FM with pulse-train modulation

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">相位調變訊號</a> 、 <a href="#">頻率調變訊號</a> 、 <a href="#">名詞整理：頻率&amp;相位</a> 、 <a href="#">頻寬降低</a> 、 <a href="#">音頻調變</a> 、 <a href="#">Bessel function</a> 、 <a href="#">多音頻週期調變</a> 、 <a href="#">範例：FM</a>	

□ 若有脈衝訊號為週期訊號以 FM 調變訊號，如下圖



□ 則調變訊號瞬間相位為

$$\phi(t) = \begin{cases} \phi_\Delta(1+t/\tau) & -\tau < t < 0 \\ \phi_\Delta[1-t/(T_0-\tau)] & 0 < t < T_0-\tau \end{cases}$$

□ 求頻譜？

解：FM with pulse-train modulation

□ 解：因為是週期訊號，

$$x_c(t) = A_c \operatorname{Re} \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j(\omega_c + n\omega_0)t} \right]$$

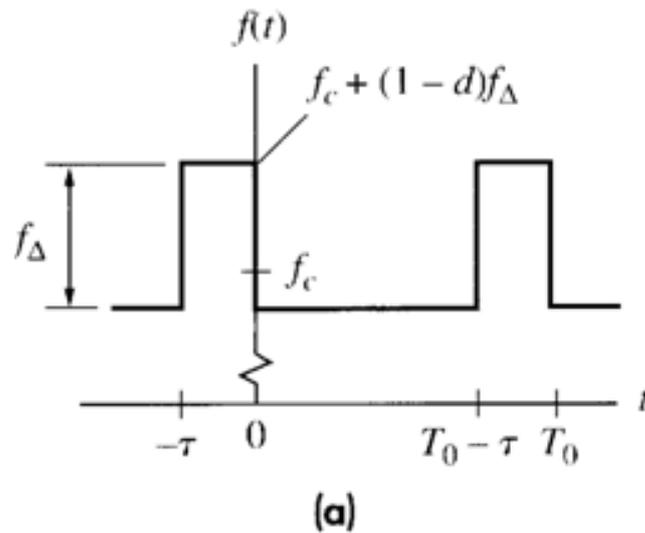
$$c_n = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} \exp j[\phi(t) - n\omega_0 t] dt$$

□ 所以

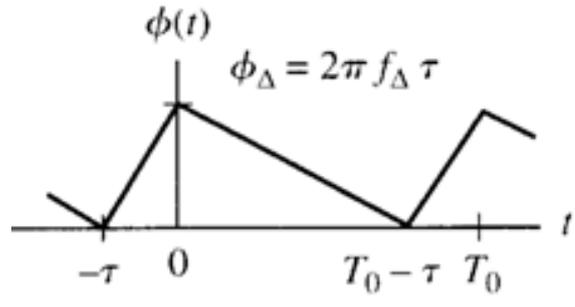
$$\begin{aligned} c_n &= \left[ \frac{\sin \pi(\beta - n)d}{\pi(\beta - n)} + \frac{(1-d)\sin(\beta - n)}{\pi(\beta - n)d + \pi n} \right] e^{j\pi(\beta + n)d} \\ &= \frac{\beta d}{(\beta - n)d + n} \sin c(\beta - n) d e^{j\pi(\beta + n)d} \end{aligned}$$

$$\beta = f_\Delta T_0 = f_\Delta / f_0$$

□ 訊號波形

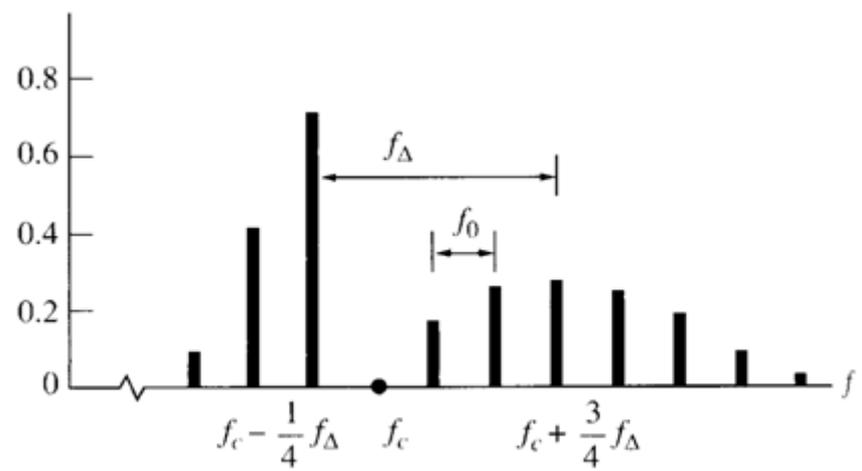


□ 調變訊號之瞬間相位



(b)

□ 調變訊號之頻譜



(c)

### 第三節 傳輸頻寬與失真(Transmission bandwidth and distortion)

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">傳輸頻寬估測</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與訊號頻寬</a> 、 <a href="#">範例：商用FM 頻帶</a> 、 <a href="#">線性失真</a> 、 <a href="#">FM 轉換至AM</a> 、 <a href="#">非線性失真</a> 、 <a href="#">限制器或截波器</a> 、 <a href="#">非線性失真應用</a>	

- 由於使用指數調變，調變訊號之頻帶無限延展，所以傳輸一完整之 FM 需要無限之頻寬，即使是有限頻寬之訊號!!!
  - 但實際之 FM 系統為有限頻寬也運作良好。
  - 因為在遠離中心頻帶之分量已小到可以忽略。(但會造成失真 distortion)
  - 失真包括線性與非線性，處理失真與雜訊問題，FM 與 PM 系統有一重要元件限制器(Limiter)。
  - Wideband FM：寬頻帶 FM，

#### 一、傳輸頻寬估測(Transmission bandwidth estimates)

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">傳輸頻寬估測</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與訊號頻寬</a> 、 <a href="#">範例：商用FM 頻帶</a> 、 <a href="#">線性失真</a> 、 <a href="#">FM 轉換至AM</a> 、 <a href="#">非線性失真</a> 、 <a href="#">限制器或截波器</a> 、 <a href="#">非線性失真應用</a>	

- 多寬之頻寬才足以傳輸訊號不造成失真？
  - 由前面音頻調變分析得到頻率  $f_m$  之訊號所需之頻寬與調變係數  $\beta$  有關
 
$$B = 2M(\beta)f_m \quad M(\beta) \geq 1$$
  - 其中  $M(\beta) \approx \beta + 2$
  - 所以頻寬約

$$B \approx 2(\beta + 2)f_m = 2(A_m f_\Delta + 2f_m)$$

#### 二、傳輸頻寬與訊號頻寬之關係

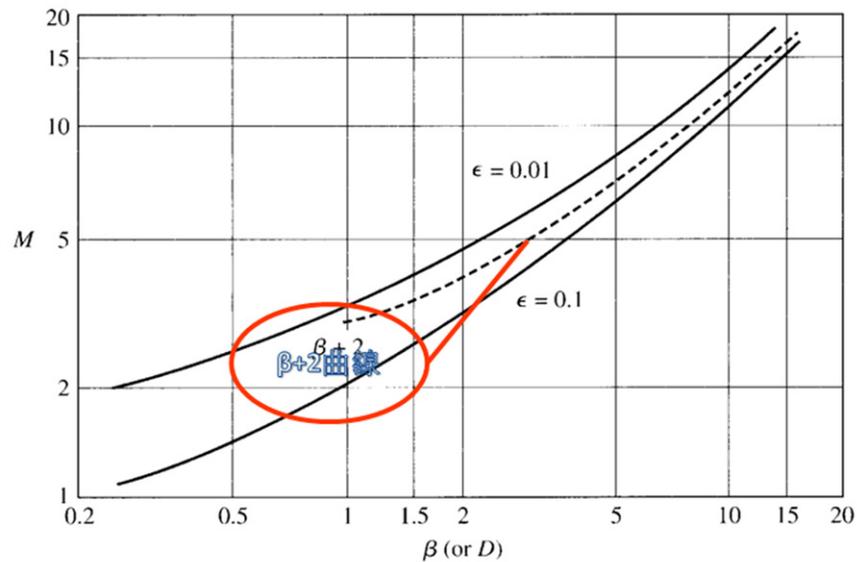
相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------

- 定義 deviation ration  $D \approx \frac{f_{\Delta}}{W}$

$$B_T \approx 2M(D)W$$

$$B_T \approx 2(f_{\Delta} + W) = 2(D+1)W \quad \begin{matrix} D \gg 1 \\ D \ll 1 \end{matrix}$$

M(β)之曲線



- 所以指數調變所需之傳輸頻寬可以由下列之規則簡單估算。

- Carson's rule  $B_T \approx 2(f_{\Delta} + W) = 2(D+1)W \quad \begin{matrix} D \gg 1 \\ D \ll 1 \end{matrix}$

- 一般 FM 之 D,  $2 < D < 10$ ，較佳之近似頻寬為

$$B_T \approx 2(f_{\Delta} + 2W) = 2(D+2)W \quad D > 2$$

其中  $f_{\Delta}$  : 最大頻率移(maximum frequency deviation)

- PM

$$B_T = 2M(\phi_{\Delta})W \quad M(\phi_{\Delta}) \geq 1$$

$$B_T \approx 2(\phi_{\Delta} + 1)W$$

- 其中  
 $\phi_{\Delta}$  : 最大相位移(maximum phase deviation)

### 三、範例： Commercial FM bandwidth

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">傳輸頻寬估測</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與訊號頻寬</a> 、 <a href="#">範例：商用FM 頻帶</a> 、 <a href="#">線性失真</a> 、 <a href="#">FM 轉換至AM</a> 、 <a href="#">非線性失真</a> 、 <a href="#">限制器或截波器</a> 、 <a href="#">非線性失真應用</a>	

若商用 FM 電台之

- 最大頻率移為 75kHz，
- 訊號範圍為 30Hz~15kHz，所以訊號頻寬 15kHz
- 求所需之頻寬？
- 解：D=75k/15k=5>2

$$D \approx \frac{f_{\Delta}}{W}$$

- 所以

$$B_T \approx 2(5 + 2) \times 15\text{kHz} = 210\text{kHz}$$

- 若使用 Carson' s rule  $B_T \approx 180\text{kHz}$

- 若使用單音頻分析

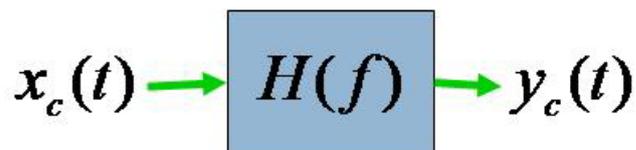
$$A_m = 1 \text{ and } f_m = 15\text{kHz}, \text{ then } \beta = 5, M(\beta) \approx 7, \quad B \approx 210\text{kHz}$$

$$f_m = 3\text{kHz}, \quad B = 2 \times 27 \times 3 \text{ kHz} = 162 \text{ kHz}$$

由此範例瞭解一般 FM 之商用用讀為寬頻帶 FM，頻寬約為訊號頻寬之 14 倍。

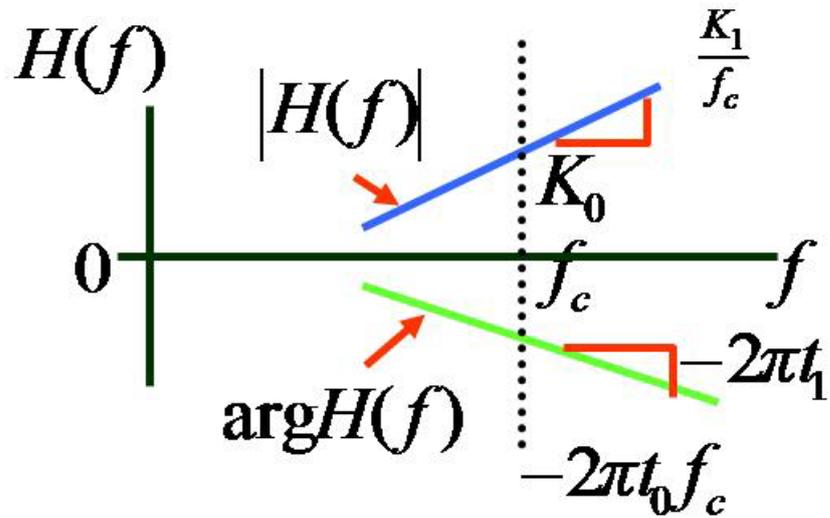
### 四、線性失真(Linear Distortion)

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">傳輸頻寬估測</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與訊號頻寬</a> 、 <a href="#">範例：商用FM 頻帶</a> 、 <a href="#">線性失真</a> 、 <a href="#">FM 轉換至AM</a> 、 <a href="#">非線性失真</a> 、 <a href="#">限制器或截波器</a> 、 <a href="#">非線性失真應用</a>	



- FM 或 PM 通過線系統可以表示為下列低通等效訊號

$$x_{lp}(t) = \frac{1}{2} A_c e^{j\phi(t)}$$



□ 低通等效頻譜  $X_{lp}(f)$

□ 輸出低通等效頻譜

$$Y_{lp}(f) = H(f + f_c)u(f + f_c)X_{lp}(f)$$

□ 輸出低通等效訊號  $y_{lp}(t)$

□ 調變訊號

$$y_c(t) = 2 \operatorname{Re}[y_{lp}(t)e^{j\omega_c t}]$$

$$y_c(t) = A(t) \cos[\omega_c(t - t_0) + \phi(t - t_1)]$$

□ 其中

$$\square \text{ PM } A(t) = A_c \left[ K_0 + \frac{K_1}{\omega_c} \dot{\phi}(t - t_1) \right]$$

$$\square \text{ FM } A(t) = A_c \left[ K_0 + \frac{K_1 f_\Delta}{f_c} x(t - t_1) \right]$$

□ 類似於 AM 之調變

$$\mu = (K_1 f_\Delta) / (K_0 f)$$

## 五、FM轉換至AM(FM-to-AM conversion)

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">傳輸頻寬估測</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與訊號頻寬</a> 、 <a href="#">範例：商用FM 頻帶</a> 、 <a href="#">線性失真</a> 、 <a href="#">FM轉換至AM</a> 、 <a href="#">非線性失真</a> 、 <a href="#">限制器或截波器</a> 、 <a href="#">非線性失真應用</a>	

- 此FM轉換至AM之現象並不會造成FM與PM調變之問題，只要[瞬間相位](#)沒有延重之延遲

- 假如在載波頻帶之響應

$$y_c(t) = A_c |H(f_c)| \cos[\omega_c t + \arg H(f_c)]$$

- 若線性系統之

$$\left| \ddot{\phi}(t) \right|_{\max} \left| \frac{1}{H(f)} \frac{d^2 H(f)}{df^2} \right| \ll 8\pi^2$$

- 則輸出近似於(線性失真)

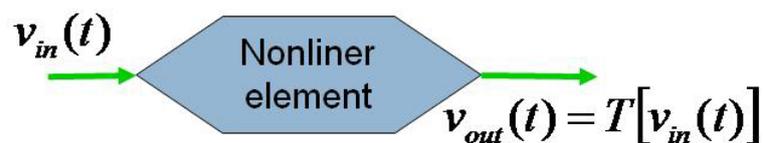
$$y_c(t) \cong A_c |H[f(t)]| \cos\{\omega_c t + \phi(t) + \arg H[f(t)]\}$$

## 六、非線性失真 (Nonlinear Distortion)

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">傳輸頻寬估測</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與訊號頻寬</a> 、 <a href="#">範例：商用FM 頻帶</a> 、 <a href="#">線性失真</a> 、 <a href="#">FM轉換至AM</a> 、 <a href="#">非線性失真</a> 、 <a href="#">限制器或截波器</a> 、 <a href="#">非線性失真應用</a>	

- 假設訊號為  $v_{in}(t) = A(t) \cos(\theta_c(t))$ ,  $\theta_c(t) = \omega_c t + \phi(t)$

- 通過右下圖系統(無記憶 memoryless)



- 輸出

$$v_{out}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} |2a_n| \cos(n\theta_c + \arg a_n)$$

$$a_n = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} T[V_{in}] e^{-jn\theta_c} d\theta_c$$

□ 展開得

$$v_{out}(t) = |2a_1| \cos[\omega_c t + \phi(t) + \arg a_1] + |2a_2| \cos[2\omega_c t + 2\phi(t) + \arg a_2] + \dots$$

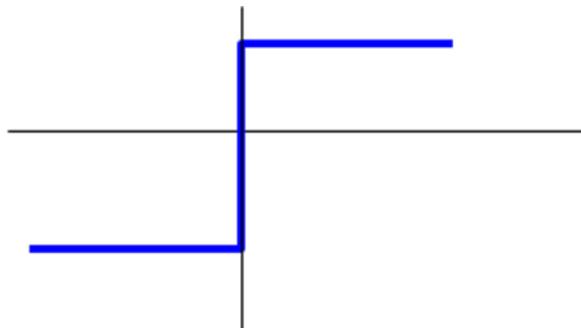
非線性之諧波  
失真可使用帶  
通濾波器濾除

## 七、理想硬式限制器或截波器 (ideal hard limiter or clipper)

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">傳輸頻寬估測</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與訊號頻寬</a> 、 <a href="#">範例：商用FM 頻帶</a> 、 <a href="#">線性失真</a> 、 <a href="#">FM 轉換至AM</a> 、 <a href="#">非線性失真</a> 、 <a href="#">限制器或截波器</a> 、 <a href="#">非線性失真應用</a>	

□ FM 與 PM 有不要之振幅雜訊，可使用 limiter or clipper(輸出輸入轉移函數如下圖)使振幅固定。

□ 轉移函數



$$T[v_{in}] = V_0 \operatorname{sgn}(v_{in}) = \begin{cases} +V_0, & v_{in} > 0 \\ -V_0, & v_{in} < 0 \end{cases}$$

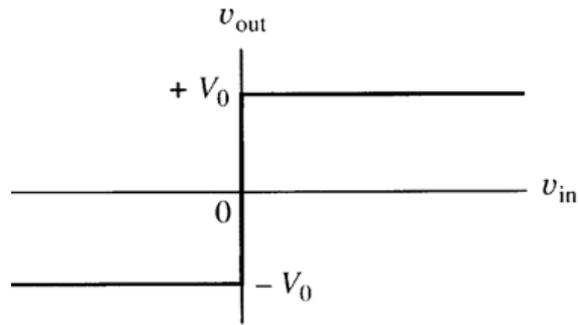
□ 輸出

$$v_{out}(t) = \frac{8V_0}{\pi} \cos[\omega_c t + \phi(t)] - \frac{8V_0}{3\pi} \cos[3\omega_c t + 3\phi(t)] + \dots$$

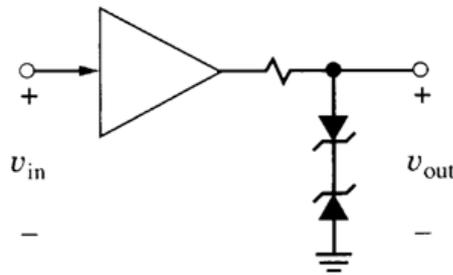
□ 可用帶通濾除其他諧波。

Hard limiter, circuit realization with Zener diodes

□ Hard limiter 之轉移函數如下



□ 應用 Zener diodes 設計 Hard limiter 如右圖

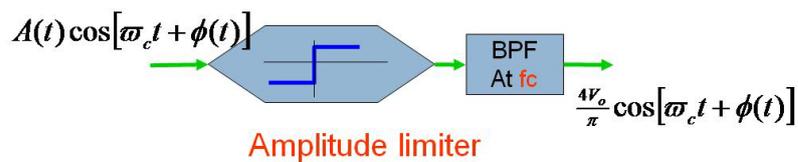


## 八、非線性失真之應用

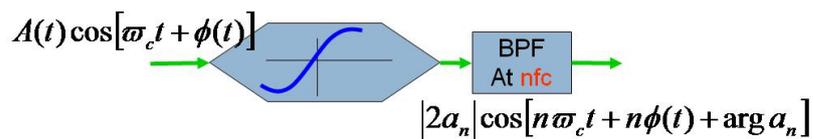
相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">傳輸頻寬估測</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與訊號頻寬</a> 、 <a href="#">範例：商用FM 頻帶</a> 、 <a href="#">線性失真</a> 、 <a href="#">FM 轉換至AM</a> 、 <a href="#">非線性失真</a> 、 <a href="#">限制器或載波器</a> 、 <a href="#">非線性失真應用</a>	

□ 非線性失真經由適當之處理可以應用於，振幅限制器、頻率乘法器。

□ **振幅限制器**：可應用於幅雜訊之濾除。



□ **頻率乘法器(n倍頻器)**：可應用於頻寬放大，或頻率合成。



Frequency multiplier

## 第四節 產生與偵測FM與PM(Generation and detection of FM and PM)

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">直接頻率調變與電壓控制振盪器</a> 、 <a href="#">Switching circuit phase modulator</a> 、 <a href="#">相位調變與間接頻率調變</a> 、 <a href="#">Indirect FM transmitter</a> 、 <a href="#">n倍頻器</a> 、 <a href="#">範例 Indirect FM transmitter 設計</a> 、 <a href="#">練習</a> 、 <a href="#">三角波頻率調變</a>	

- 有許多概念可以產生 FM 與 PM 訊號
  - Direct FM and VCO
  - Phase modulation and indirect FM
  - Triangular-wave FM
- FM 與 PM 訊號 之訊號特性固定之振幅。此特性有下列好處
  - 可使用開關元件設計
  - 可使用較低之功率元件，並使用 C 級放大器。
  - 可應用非線性失真處理克服失真問題並應用。

### 一、直接頻率調變與電壓控制振盪器(Direct FM and VCOs)

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">直接頻率調變與電壓控制振盪器</a> 、 <a href="#">Switching circuit phase modulator</a> 、 <a href="#">相位調變與間接頻率調變</a> 、 <a href="#">Indirect FM transmitter</a> 、 <a href="#">n倍頻器</a> 、 <a href="#">範例 Indirect FM transmitter 設計</a> 、 <a href="#">練習</a> 、 <a href="#">三角波頻率調變</a>	

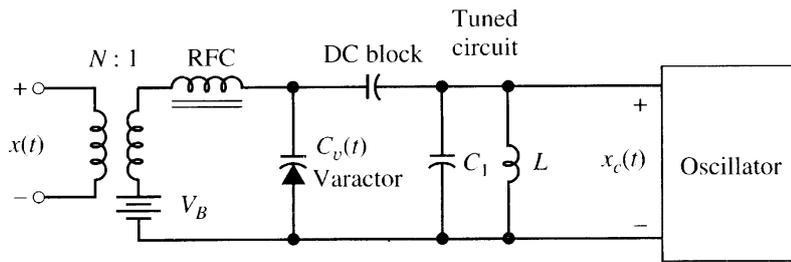
- 直接頻率調變是使用電壓控制振盪器以輸入訊號控制振盪器。
- VCO 對應之振盪輸出相位

$$\theta_c(t) \approx 2\pi f_c t + 2\pi \frac{C}{2C_0} f_c \int^t x(\lambda) d\lambda$$

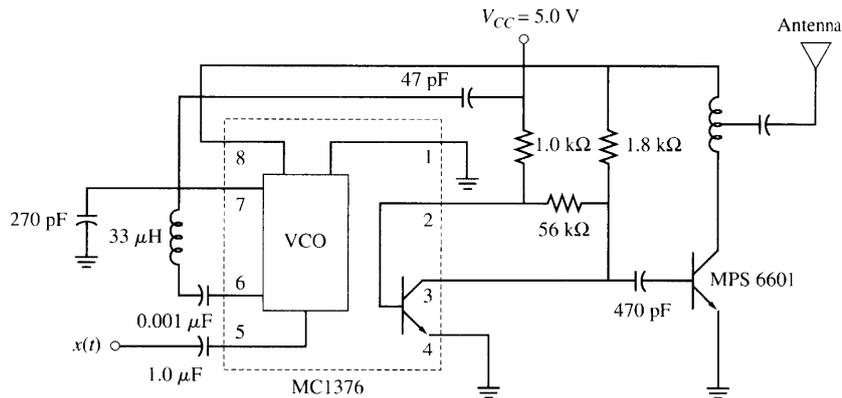
- 使用之條件限制,  $Cx(t)$  對應之相位變化要足夠慢

$$f_{\Delta} = \frac{C}{2C_0} f_c \leq 0.006 f_c$$

VCO circuit with varactor diode for variable reactance



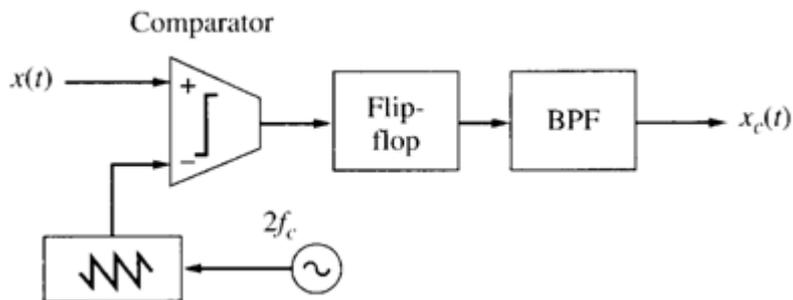
Schematic diagram of IC VCO directed FM generator utilizing the motorla MC1376



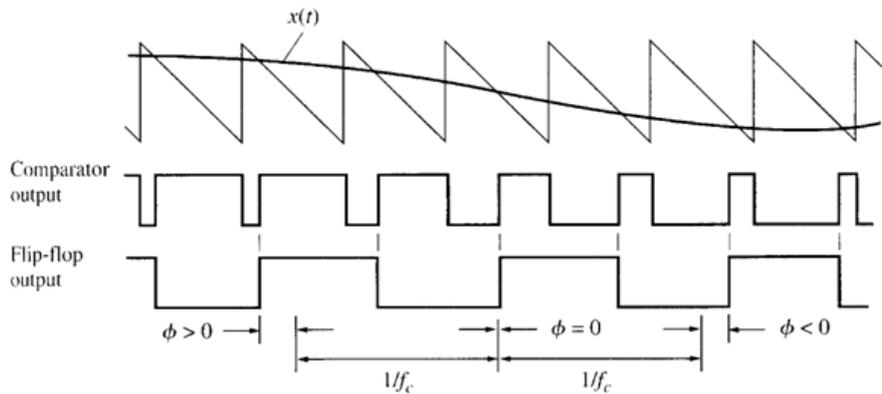
## 二、Switching circuit phase modulator

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">直接頻率調變與電壓控制振盪器</a> 、 <a href="#">Switching circuit phase modulator</a> 、 <a href="#">相位調變與間接頻率調變</a> 、 <a href="#">Indirect FM transmitter</a> 、 <a href="#">n倍頻器</a> 、 <a href="#">範例 Indirect FM transmitter 設計</a> 、 <a href="#">練習</a> 、 <a href="#">三角波頻率調變</a>	

□ 電路圖如



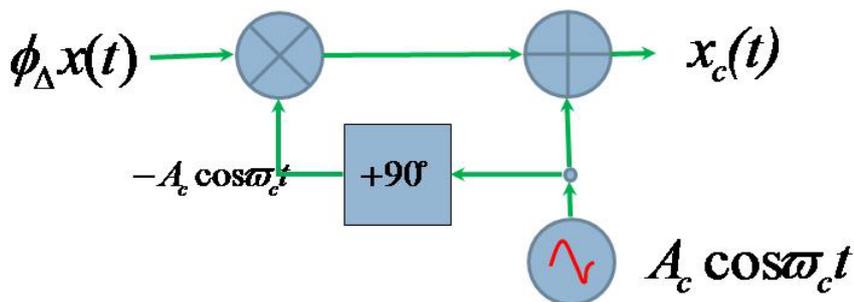
□ 訊號波形



### 三、相位調變與間接頻率調變(Phase modulators and Indirect FM)

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">直接頻率調變與電壓控制振盪器</a> 、 <a href="#">Switching circuit phase modulator</a> 、 <a href="#">相位調變與間接頻率調變</a> 、 <a href="#">Indirect FM transmitter</a> 、 <a href="#">n倍頻器</a> 、 <a href="#">範例 Indirect FM transmitter 設計</a> 、 <a href="#">練習</a> 、 <a href="#">三角波頻率調變</a>	

- [窄頻PM可用AM近似](#)



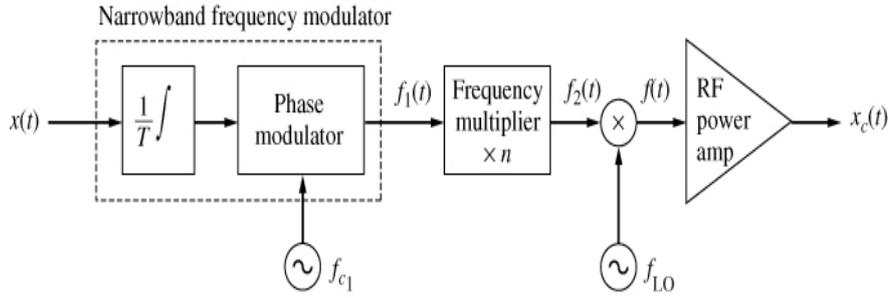
- 再以窄頻 PM，設計間接 FM 調變

$$f_1(t) = f_c + \frac{\phi_\Delta}{2\pi T} x(t)$$

### 四、Indirect FM transmitter

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">直接頻率調變與電壓控制振盪器</a> 、 <a href="#">Switching circuit phase modulator</a> 、 <a href="#">相位調變與間接頻率調變</a> 、 <a href="#">Indirect FM transmitter</a> 、 <a href="#">n倍頻器</a> 、 <a href="#">範例 Indirect FM transmitter 設計</a> 、 <a href="#">練習</a> 、 <a href="#">三角波頻率調變</a>	

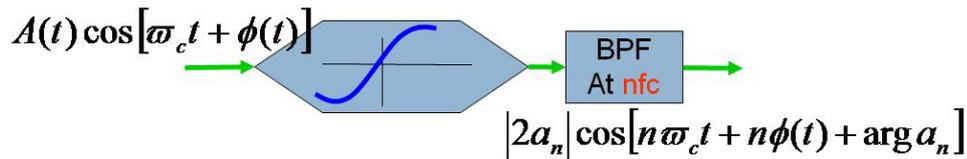
- 使用PM產生窄頻FM再以[n倍頻器](#)使FM頻帶至適當之頻寬



## 五、n倍頻器 (frequency multiplier)

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">直接頻率調變與電壓控制振盪器</a> 、 <a href="#">Switching circuit phase modulator</a> 、 <a href="#">相位調變與間接頻率調變</a> 、 <a href="#">Indirect FM transmitter</a> 、 <a href="#">n倍頻器</a> 、 <a href="#">範例 Indirect FM transmitter 設計</a> 、 <a href="#">練習</a> 、 <a href="#">三角波頻率調變</a>	

- 可使用n倍頻器將訊號頻寬放大



### Frequency multiplier

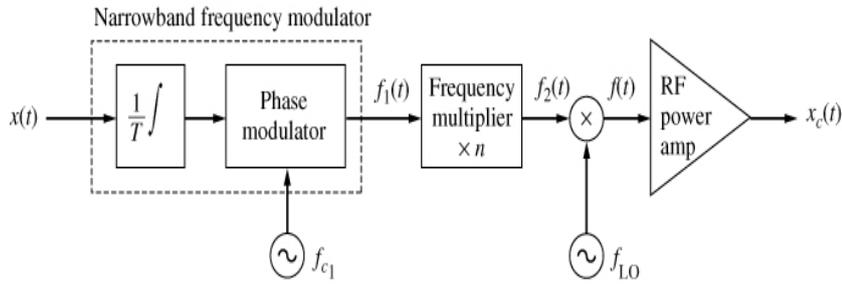
- 應用上圖

$$f_2(t) = n f_1(t) = n f_{c_1} + f_{\Delta} x(t)$$

$$\text{where } f_{\Delta} = n \left( \frac{\phi_{\Delta}}{2\pi T} \right)$$

## 六、範例 Indirect FM transmitter 設計

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">直接頻率調變與電壓控制振盪器</a> 、 <a href="#">Switching circuit phase modulator</a> 、 <a href="#">相位調變與間接頻率調變</a> 、 <a href="#">Indirect FM transmitter</a> 、 <a href="#">n倍頻器</a> 、 <a href="#">範例 Indirect FM transmitter 設計</a> 、 <a href="#">練習</a> 、 <a href="#">三角波頻率調變</a>	



□ 以上圖設計 FM

假設避免失真

- ▣ 需要之  $\phi_\Delta / (2\pi T) \approx 15\text{Hz}$
- ▣ 求倍頻器要幾倍  $f_\Delta = 75\text{kHz}$

□ 解：

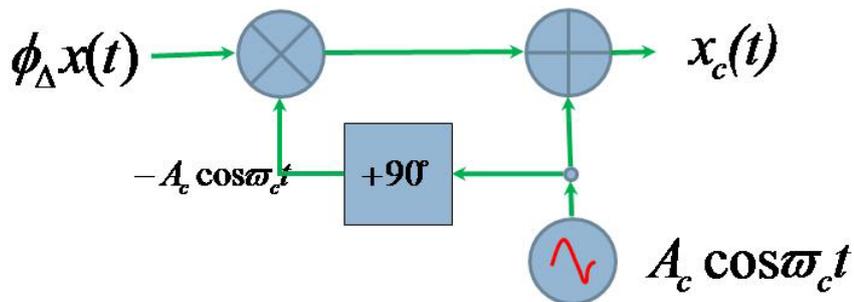
$$n \approx 75,00 \div 15 = 5000$$

$$n = 3^4 \times 2^6 = 5184. \text{ But } nf_{c_1} \approx 5000 \times 200\text{kHz} = 1000\text{MHz}$$

需要移頻，由 1000MHz 移至發射頻帶

### 七、練習：證明下圖之相位

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">直接頻率調變與電壓控制振盪器</a> 、 <a href="#">Switching circuit phase modulator</a> 、 <a href="#">相位調變與間接頻率調變</a> 、 <a href="#">Indirect FM transmitter</a> 、 <a href="#">n倍頻器</a> 、 <a href="#">範例 Indirect FM transmitter 設計</a> 、 <a href="#">練習</a> 、 <a href="#">三角波頻率調變</a>	



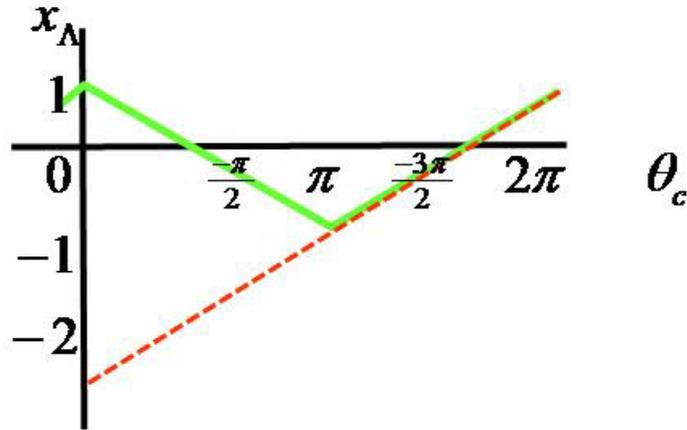
$$\text{為 } \phi(t) = \phi_\Delta x(t) - \frac{1}{3} \phi_\Delta^3 x^3(t) + \frac{1}{5} \phi_\Delta^5 x^5(t) + \dots$$

□ 所以需要  $\phi_\Delta$  很小以避免諧波失真

### 八、三角波頻率調變(Triangular-Wave FM)

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">直接頻率調變與電壓控制振盪器</a> 、 <a href="#">Switching circuit phase modulator</a> 、 <a href="#">相</a>	

□ 輸入訊號與瞬間相位之轉移函數如下

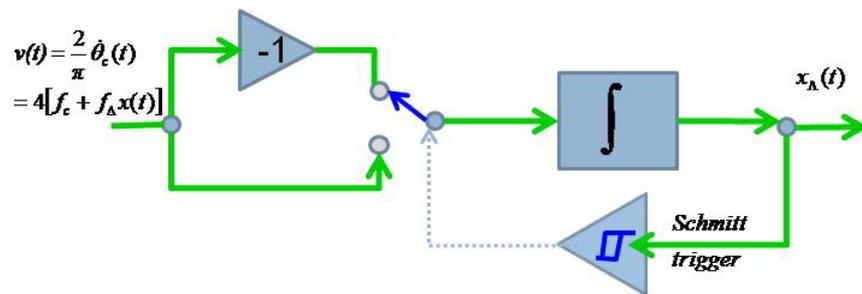


$$x_A = \begin{cases} 1 - \frac{2}{\pi}\theta_c & 0 < \theta_c < \pi \\ -3 + \frac{2}{\pi}\theta_c & \pi < \theta_c < 2\pi \end{cases}$$

□ 時間函數

$$x_A(t) = \frac{2}{\pi} \arcsin[\cos \theta_c(t)]$$

□ 調變系統



## 第五節 頻率偵測(Frequency Detection)

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">FM-to-AM conversion envelop detector</a> 、 <a href="#">Slop detection with a tuned circuit</a> 、 <a href="#">Phase shift discrimination detector</a> 、 <a href="#">zero-crossing detection</a>	

- 頻率偵測(frequency detector)一般稱鑑別器(discriminator)
- 使用下列運算策略：
  - [FM-to-AM conversion](#) → envelope detector
  - [Slop detection](#)
  - [Phase shift discrimination Quadrature detector](#) → Foster-seely discriminator, ratio detector
  - [zero-crossing detection](#)
  - frequency feedback

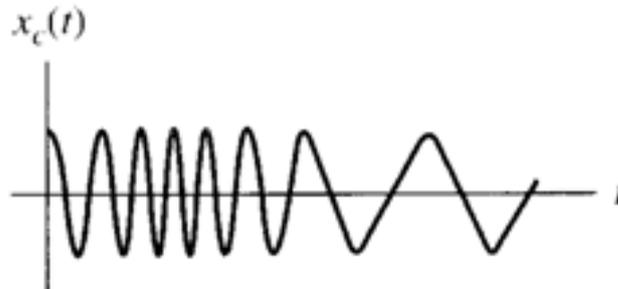
### 一、FM-to-AM conversion envelop detector

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">FM-to-AM conversion envelop detector</a> 、 <a href="#">Slop detection with a tuned circuit</a> 、 <a href="#">Phase shift discrimination detector</a> 、 <a href="#">zero-crossing detection</a>	

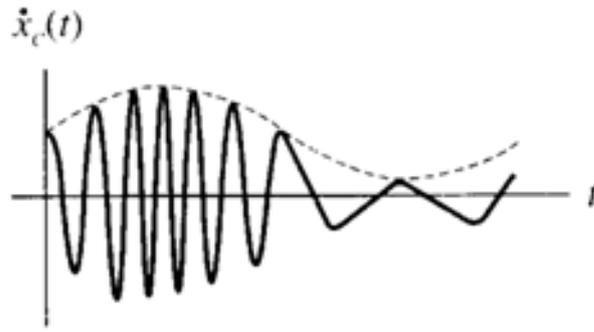
- 方塊圖



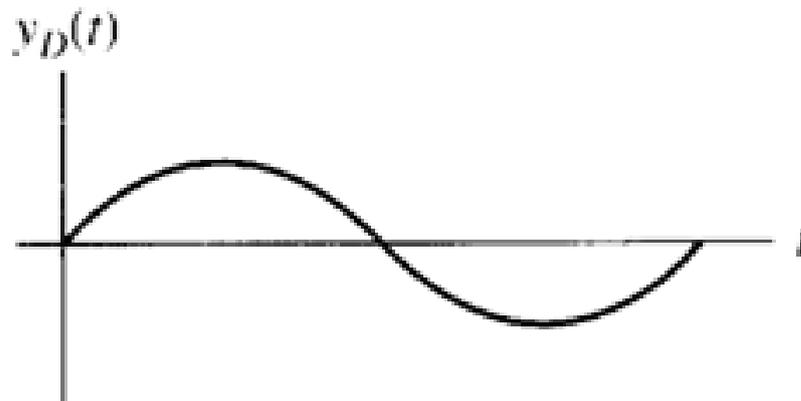
- 各節點訊號波形
  - 輸入訊號



- 微分器輸出



▣ 偵測器輸出

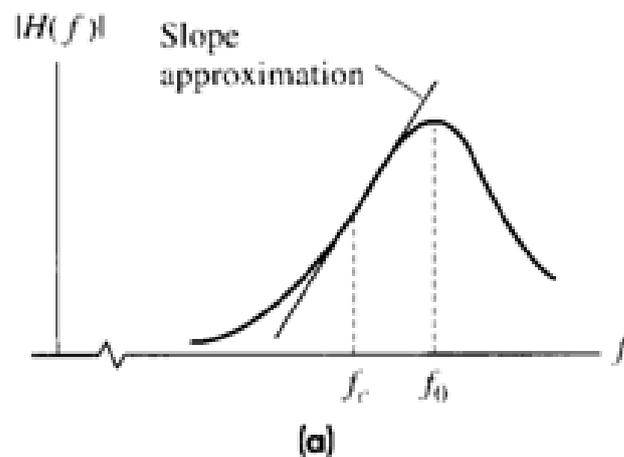


## 二、Slop detection with a tuned circuit

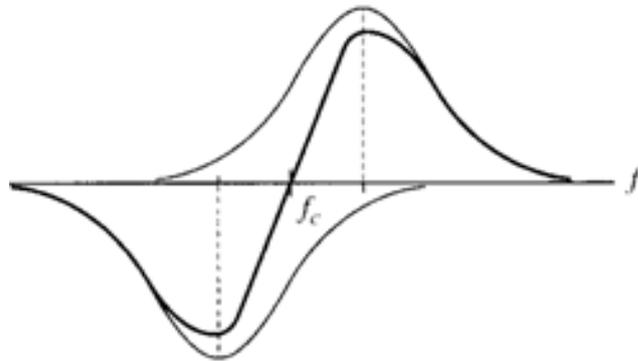
相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">FM-to-AM conversion envelop detector</a> 、 <a href="#">Slop detection with a tuned circuit</a> 、 <a href="#">Phase shift discrimination detector</a> 、 <a href="#">zero-crossing detection</a>	

▣ 應用調諧電路設計頻頻譜斜率偵測器，

▣ 調諧電路轉移函數如下

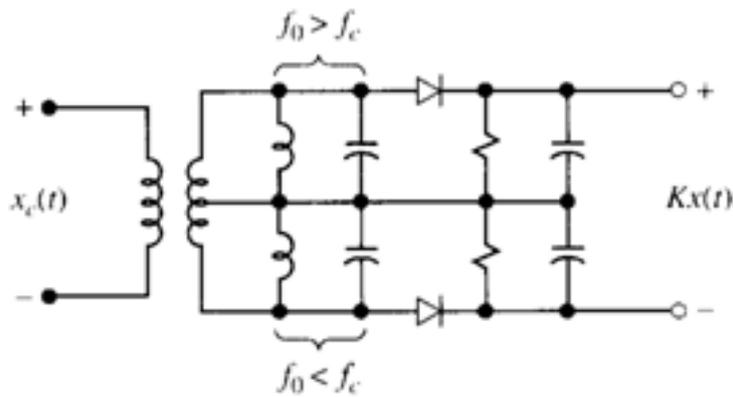


- 兩調諧電路組成之轉移函數



(c)

- 兩調諧電路組成之實際電路

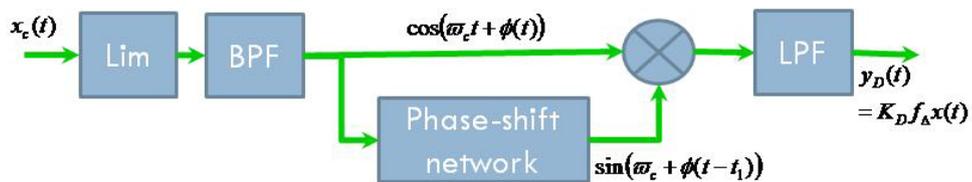


(b)

### 三、Phase shift discrimination Quadrature detector

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">FM-to-AM conversion envelop detector</a> 、 <a href="#">Slop detection with a tuned circuit</a> 、 <a href="#">Phase shift discrimination detector</a> 、 <a href="#">zero-crossing detection</a>	

- 方塊圖如下



- Phase-shift network 後之乘法輸出

$$\begin{aligned} & \cos(\omega_c t + \phi(t)) \times \sin(\omega_c t + \phi(t - t_1)) \\ &= \frac{1}{2} [\sin(2\omega_c t + \phi(t) + \phi(t - t_1)) + \sin(\phi(t) - \phi(t - t_1))] \end{aligned}$$

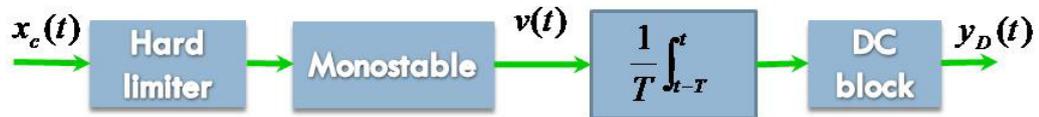
- 若通過低通濾波器  $\sin(\phi(t) - \phi(t - t_1))$

- 若相位變動很小可近似  $\phi(t) - \phi(t - t_1)$

#### 四、zero-crossing detection

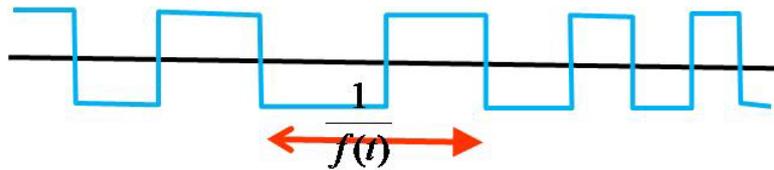
相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">FM-to-AM conversion envelop detector</a> 、 <a href="#">Slop detection with a tuned circuit</a> 、 <a href="#">Phase shift discrimination detector</a> 、 <a href="#">zero-crossing detection</a>	

- 方塊圖

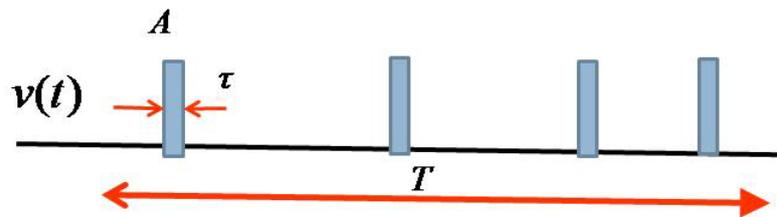


- 適用於  $1\text{Hz} < f_c < 10\text{MHz}$

- Limiter 輸出波形



- 使用時需  $W \ll \frac{1}{T} \ll f_c$



- 積分器輸出

$$\frac{1}{T} \int_{t-T}^t v(\lambda) d\lambda = \frac{1}{T} n_T A \tau \approx A f(t)$$

- DC block 後  $y_D(t) \approx K_D f_\Delta x(t)$

## 第六節 干擾(interference)

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">干擾弦波訊號</a> 、 <a href="#">解強調與預強調濾波</a> 、 <a href="#">FM capture effect</a>	

- 干擾是通訊系統中，載有資訊之訊號被其他相似之訊號(一般為人為訊號)影響。
  - 一般是在同頻帶之多個訊號被接收到。
  - 也可能是同一訊號源之多重傳輸路徑干擾。
  - 或傳輸線間之藕合現象。
- 有些干擾問題可以[預強調濾波器\(deemphasis filtering\)](#)降低影響。
- FM 解調時當兩 FM 訊號以相近之振幅會產生 capture effect。

### 一、干擾弦波訊號(interfering sinusoids)

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">干擾弦波訊號</a> 、 <a href="#">解強調與預強調濾波</a> 、 <a href="#">FM capture effect</a>	

- FM 之接收訊號

$$v(t) = A_c \cos \omega_c t + A_i \cos[(\omega_c + \omega_i)t + \phi_i]$$

- 其中干擾  $A_i \cos[(\omega_c + \omega_i)t + \phi_i]$
- 定義

$$\rho = A_i / A_c \quad \theta_i(t) = \omega_i t + \phi_i$$

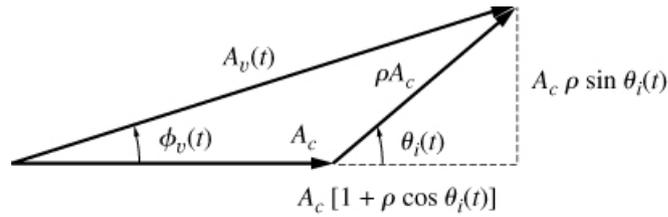
- 接收到被干擾之 FM 之振幅

$$A_v(t) = A_c \sqrt{1 + \rho^2 + 2\rho \cos \theta_i(t)}$$

- 接收到被干擾之相位  $\phi_v(t) = \arctan \frac{\rho \sin \theta_i(t)}{1 + \rho \cos \theta_i(t)}$

- Phasor diagram of interfering carriers

- 載波被干擾之相位圖。



- 所以干擾訊號會造成
  - ▣ 振幅失真  $A_v(t) \approx A_c [1 + \rho \cos(\omega_i t + \phi_i)]$
  - ▣ 相位失真  $\phi_v(t) \approx \rho \sin(\omega_i t + \phi_i)$

□ 經由解調，偵測器後

$$y_D(t) \approx \begin{cases} K_D(1 + \rho \cos \omega_i t) & AM \\ K_D \rho \sin \omega_i t & PM \\ K_D \rho f_1 \cos \omega_i t & FM \end{cases}$$

## 二、解強調與預強調濾波(de-emphasis and pre-emphasis filtering)

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">干擾弦波訊號</a> 、 <a href="#">解強調與預強調濾波</a> 、 <a href="#">FM capture effect</a>	

- 一般解調FM訊號時，在較大之瞬間頻率會有較大之干擾，
  - ▣ 因此可透過預強調濾波提高高頻訊號之能量。

$$H_{pe}(f), |f| \leq W$$

- ▣ 再用解強調濾波還原。

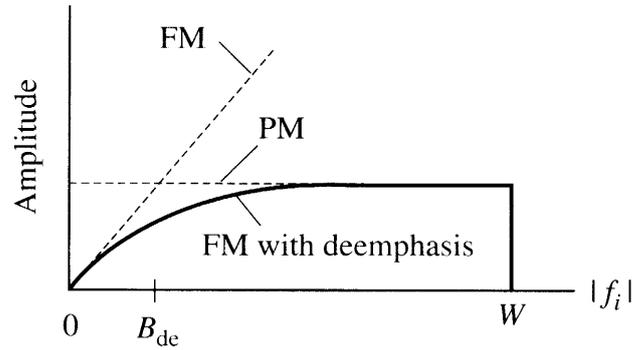
$$H_{de}(f), |f| \leq W$$

- ▣ 兩者間互為倒數

$$H_{pe}(f) = \frac{1}{H_{de}(f)} \quad |f| \leq W$$

- FM with deemphasis
  - ▣ FM 訊號在高頻有較大之雜訊，因此訊號先預放大，接收後再解強

調。



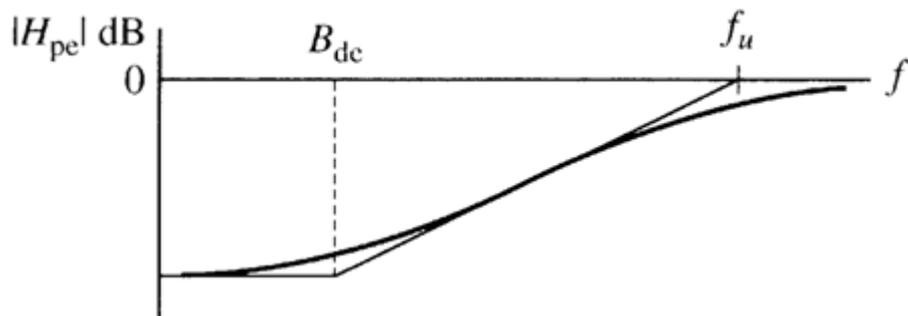
- 一般之預強調濾波為一階高通

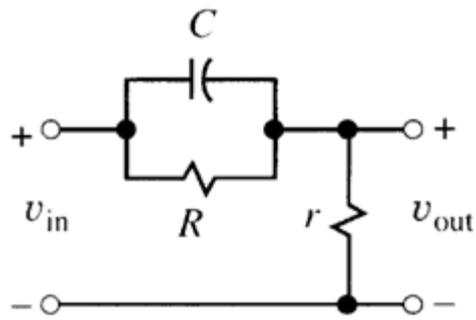
$$H_{pe}(f) = \left[ 1 + j \left( \frac{f}{B_{de}} \right) \right] \approx \begin{cases} 1 & |f| \ll B_{de} \\ \frac{jf}{B_{de}} & |f| \gg B_{de} \end{cases}$$

- 一般之解強調濾波為一階低通

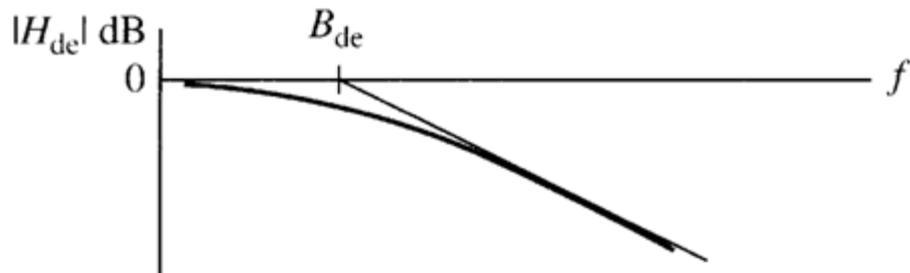
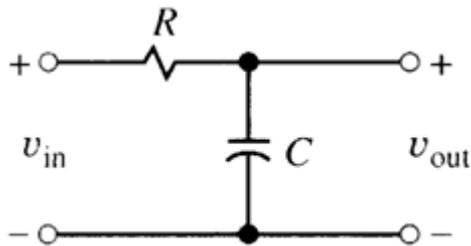
$$H_{de}(f) = \left[ 1 + j \left( \frac{f}{B_{de}} \right) \right]^{-1} \approx \begin{cases} 1 & |f| \ll B_{de} \\ \frac{B_{de}}{jf} & |f| \gg B_{de} \end{cases}$$

- 預強調濾波為一階高通





□ 解強調濾波為一階低通



### 三、FM capture effect

相關單元	<a href="#">學習目標</a> 、 <a href="#">相位與頻率調變</a> 、 <a href="#">傳輸頻寬與失真</a> 、 <a href="#">產生與偵測FM與PM</a> 、 <a href="#">頻率偵測</a> 、 <a href="#">干擾(interference)</a>	<a href="#">目錄</a>
相關資料	<a href="#">干擾弦波訊號</a> 、 <a href="#">解強調與預強調濾波</a> 、 <a href="#">FM capture effect</a>	

□ 當兩相近頻帶之 FM 調變訊號若振幅相近，將捕捉到訊號略大之訊號，偵測輸出，如

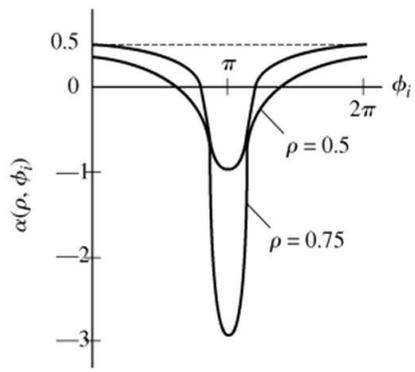
$$y_D(t) = \dot{\phi}_v(t) = \frac{d}{dt} \left[ \arctan \frac{\rho \sin \phi_i(t)}{1 + \rho \cos \phi_i(t)} \right] = \alpha(\rho, \phi_i) \dot{\phi}_i(t)$$

□ 其中  $\rho = \frac{A_i}{A_c}$

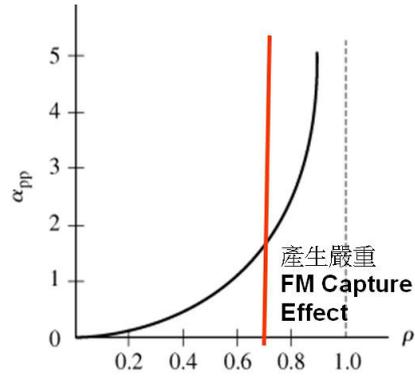
where

$$\alpha(\rho, \phi_i) = \frac{\rho^2 + \rho \cos \phi_i}{1 + \rho^2 + 2\rho \cos \phi_i}$$

$\rho \gg 1 \cdot y_D(t) \approx \dot{\phi}_i(t)$   
 $\rho \approx 1 \cdot y_D(t) \approx \frac{1}{2} \dot{\phi}_i(t)$   
 $\rho < 1 \cdot y_D(t)$  依訊號之峰對峰值



(a)



(b)