三、貨幣時間價值

本章前言

在現實生活中，借貸儲蓄要計算利息，金錢與資本的價值因此隨時間而變化，也就是本章所要介紹的「貨幣時間價值(Time Value of Money)」。我們日常生活中會遇到許多有關「貨幣時間價值」的問題，例如存款、貸款、債券價值、保險金、退休金、分期付款與租賃等事項，可以說是財務管理學中投資與評價最重要的基礎。

學習路徑

(一). 單筆金額之現值與未來值：透過複利的概念介紹現值與未來值。

(二). 年金之現值與未來值：介紹多種年金的差異與計算方式。

(三). 非等額現金之計算：介紹當每一

期的收支金額不相等時，適用的計算方式。

(四). 複利之計算：以例題方式來說明複利的計算。

(五). 貨幣時間價值之應用：以例題方式來說明貨幣時間價值的應用。

(一)、 單筆金額之現值與未來值

本節介紹「複利(Compounding Interest Rates)」的觀念。簡言之，如果現在存一筆錢，經過幾年，這筆錢會愈滾愈大，利上加利，就是「複利」的作用。

例1、〔複利觀念〕張君今年年初存了$1,000，年利率固定為10%，未來4年內，該筆存款每年年底的金額為何？

答：該筆存款每年年底的金額如圖3-1所示

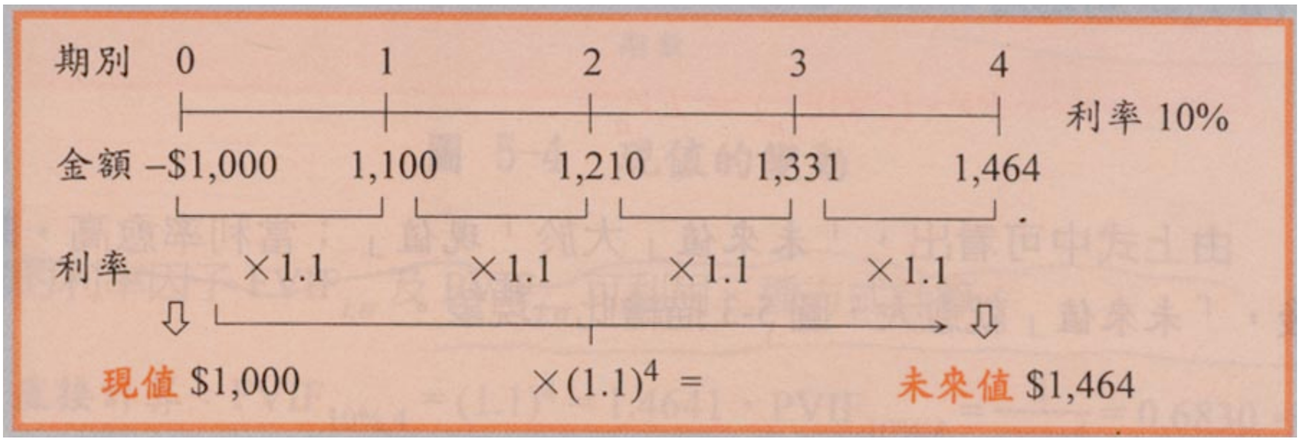

圖3- 1複利的計算

如圖3-1所示，「現值(Present Value, PV)」為$1,000，期末的「未來值(Future Value, FV，或稱「終值」)」為$1,464。若以單利的觀念來看，一年利息為$100，四年應為$400，但實際上為$464即因「複利」的關係，圖3-2描繪此一現象。

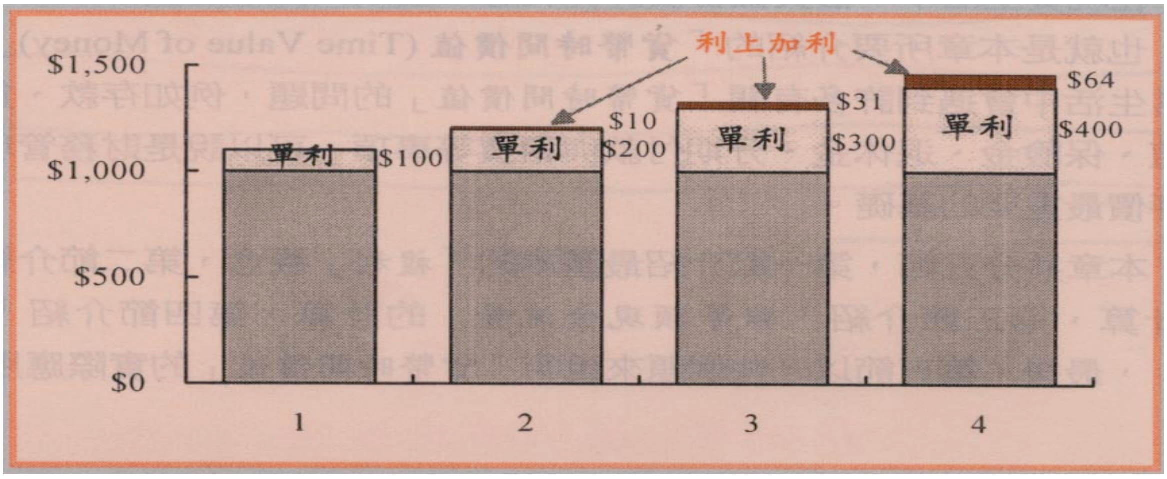

圖3- 2複利示意圖

以i代表利率，n代表期數，則「現值」與「未來值」的關係如下：

$$PV \cdot (1+I)^{n} = FV_{n}$$

將上例中的數字帶入(3-1a)如下：

$$\$1{,}000 \times (1.1)^4 = \$1{,}464$$

(3-1a)式中的 $(1+i)^n$ 稱為「未來值利率因子(Future Value Interest Factor, FVIF)」，可寫為：

$$PV \cdot (FVIF_{i,n}) = FV_n$$

由上式中可看出，「未來值」大於「現值」；當利率愈高，時間拉長後，「未來值」就愈大，圖3-3描繪此一現象。

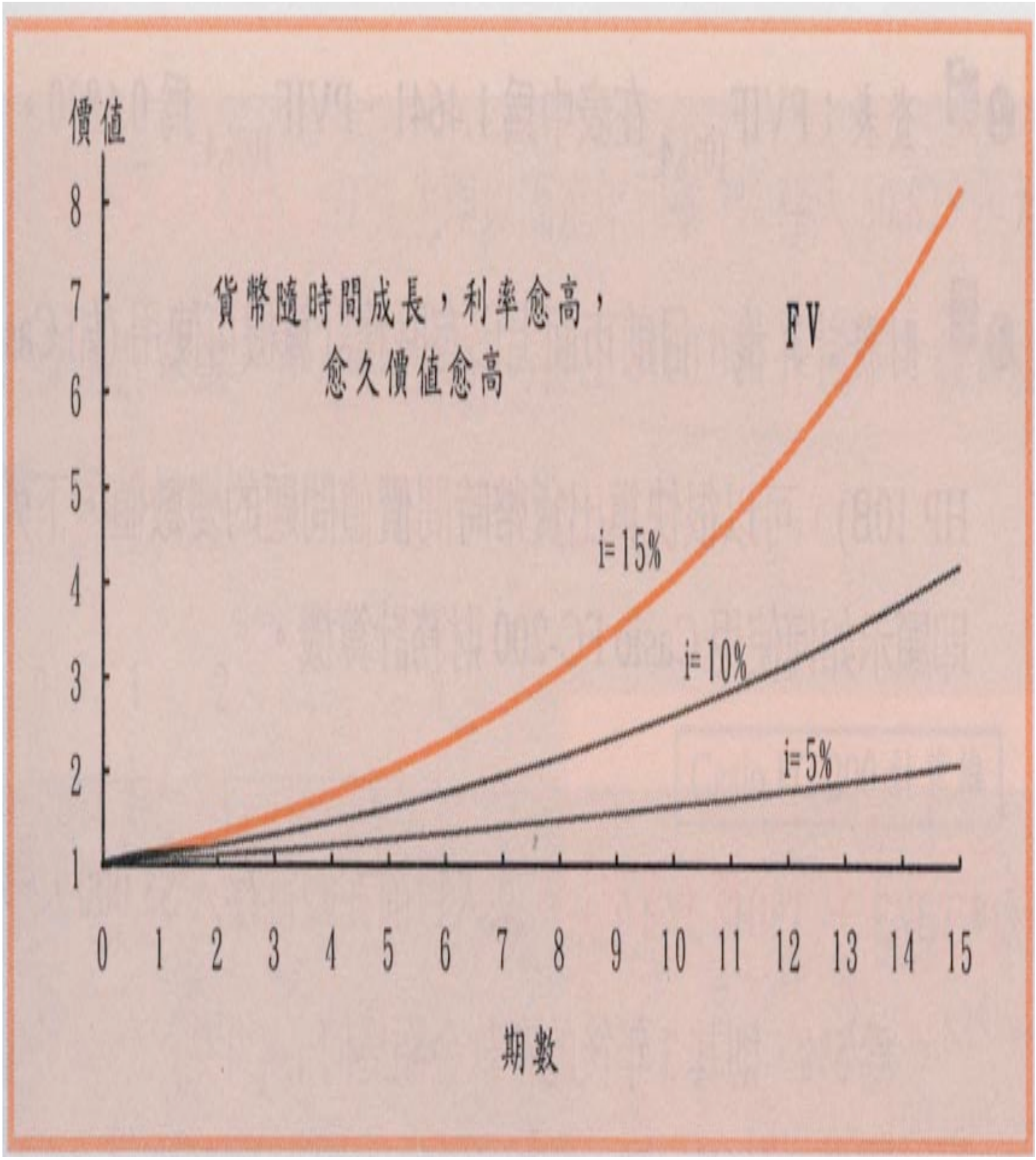

圖3- 3未來值的變動

「現值」與「未來值」的關係也可以利用「現值利率因子(Present Value

Interest Factor, PVIF)」來表達：

$$PV = FV_n \cdot [\frac{1}{(1+i)^n}] = FV_n \cdot (FVIF_{i,n})$$

圖3-4描繪當利率(或稱折現率)愈高，時間拉長後，「現值」就愈小。

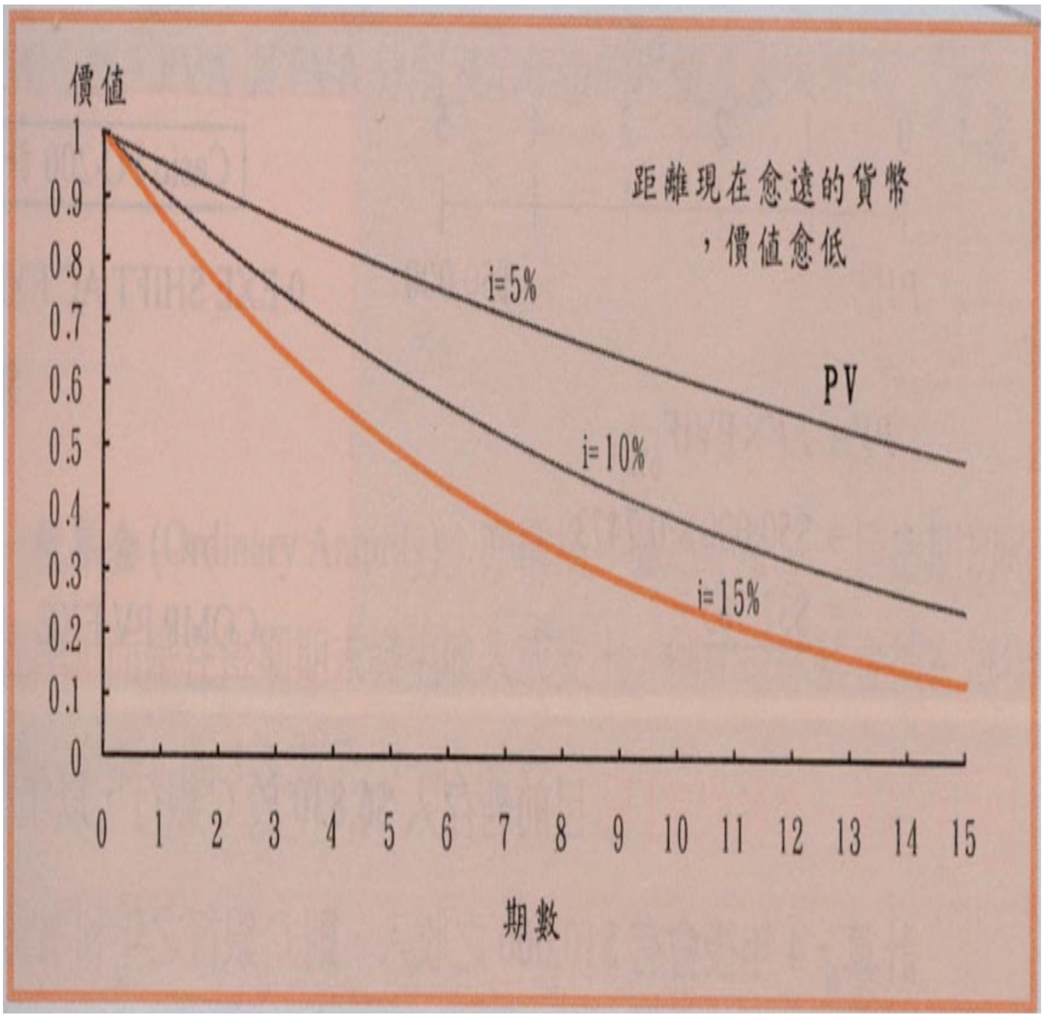

圖3- 4現值的變動

例2、〔單一金額未來值〕某人目前在銀行存入$5,000，年利率固定為5%，則其3年後的存款金額為何？

答：

$$FV = PV \times (FVIF_{5\%,3})$$

$$= \$5,000 \times 1.1576$$

$$= \$5,788$$

例3、〔單一金額現值〕若年利率固定為6%，某人希望5年後有$50,000收入，則目前應存入的金額為何？

答：

$$PV = FV \times (PVIF_{6\%,5})$$

$$= \$50,000 \times 0.7473$$

$$= \$37,365$$

例4、〔單一金額利率〕目前若存入$6,830於C銀行，以年利率複利計算，4年後會有$10,000之收入，則C銀行之年利率為何？答：

$$FV = PV \times (FVIF_{i,4})$$

$$= \$6830 \times (1+i)^4 = \$10,000$$

$$\mathrm{i} = 10\%$$

例5、〔單一金額期數〕H先生現以固定年利率7%存入50,835美元於某信託基金，到n年之後將可提出$100,000作為子女教育經費，試問n＝？

答：

$$FV = PV \times (FVIF_{7\%,n})$$

$$= \$50,835 \times (1+7\%)^n = \$100,000$$

$\mathrm{n} = 10$(لأ)

(二)、 年金之現值與未來值

「年金(Annuity)」是指定期的收入或

支出，日常生活中有許多計算年金的問題，例如保險金、退休金、房租及房屋貸款等。本節以PMT(Payments)來表示每期金額，PVA與FVA分別表示年金的現值及未來值。

1. 一般年金

「一般年金(Ordinary Annuity)」亦稱為「普通年金」，是指期初時並未收入或支出，而是在每期期末發生收入或支出，例如退休基金須在每年年底存一筆相同金額，圖3-5表示此一狀況。

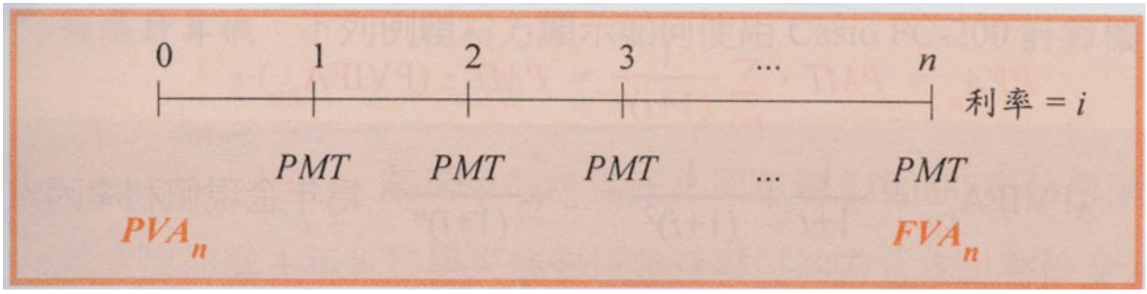

圖3- 5一般年金後意

(1)「年金未來值」可表達如下：

$$FVA_n = PMT \cdot [1 + (1+i) + (1+i)^2 + \cdots + (1+i)^{n-1}]$$

$$FVA_n = PMT \cdot \sum_{t=1}^{n} (1+i)^{n-t} = PMT \cdot (FVIFA_{i,n})$$

(3-3)

(

$$FVIFA_{i,n} = 1 + (1+i) + (1+i)^2 + \cdots + (1+i)^{n-1}$$

，為年金未來值利率因素。)

例、〔年金之未來值〕如果年金共5期，PMT = $100，i = 10%，圖3-6繪其未來值的計算。

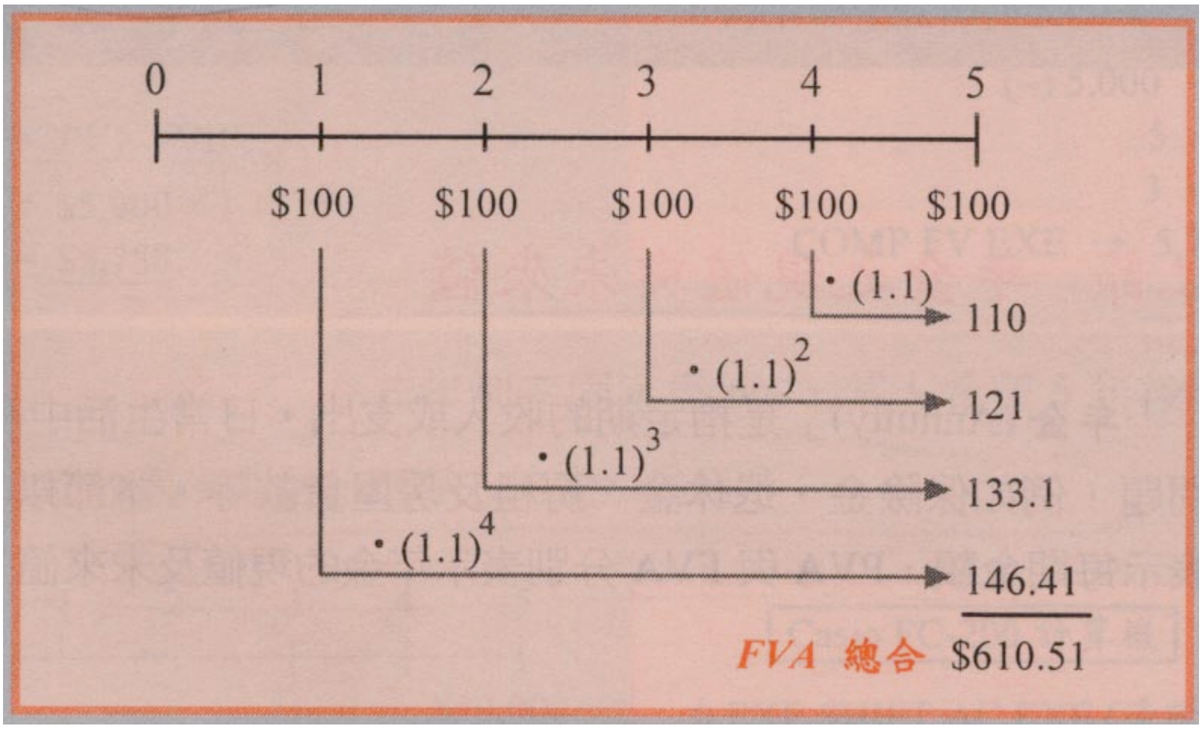

圖3- 6一般年金未來值示意圖

(2)「年金現值」的公式如下：

$$PVA_n = PMT \cdot \left[\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^n}\right]$$

$$PVA_n = PMT \cdot \sum_{t=1}^{n} \frac{1}{(1+i)^t} = PMT \cdot (PVIFA_{i,n})$$

(3-4)

(

$$PVIFA_{i,n} = \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^n}$$

，為年金現值利率因素。)

例、〔年金之現值〕如果年金共5期，PMT = \$100，i =10%，圖3-7描繪其現值的計算。

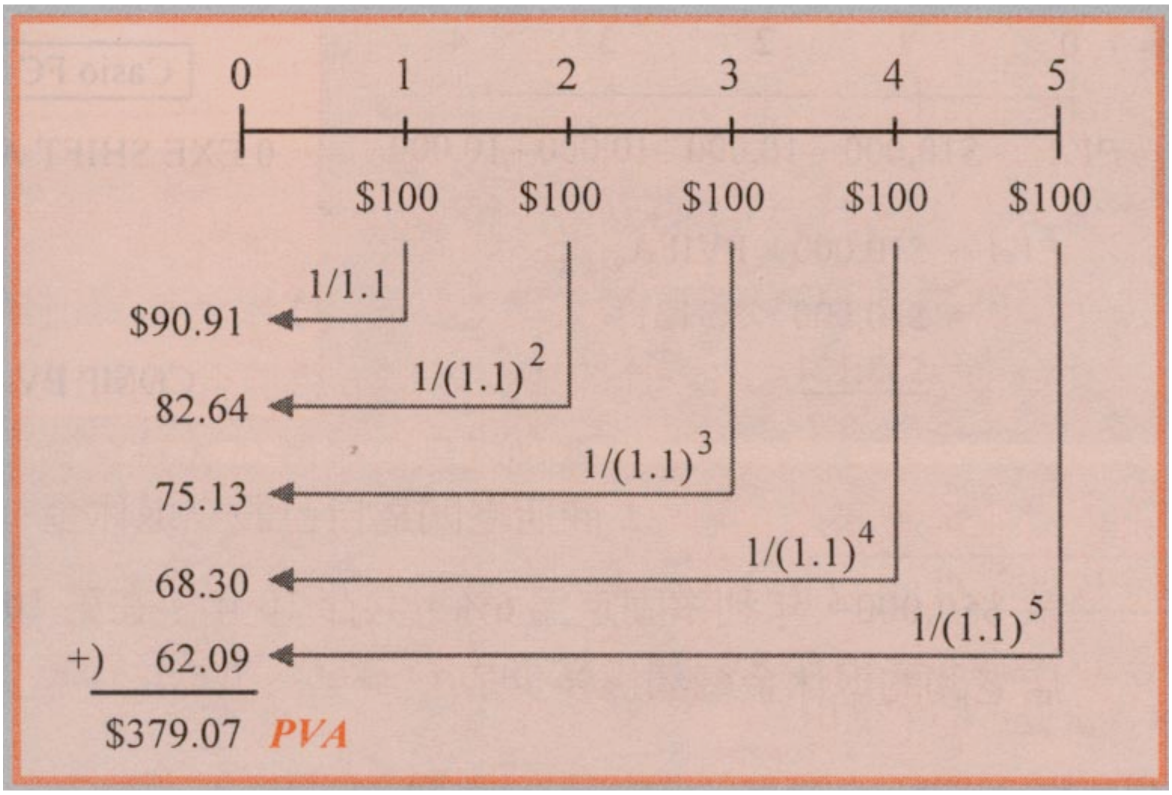

圖3- 7一般年金現值示意圖

年金利率因子公式：

$$FVIFA_{i,n} = \sum_{t=1}^{n}(1+i)^{n-t} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$PVIFA_{i,n} = \sum_{t=1}^{n}\frac{1}{(1+i)^t} = \frac{1}{i} - \frac{1}{i(1+i)}$$

例1、〔年金之現值〕某房東每年年底必須花費$10,000整修房屋，租賃契約為4年，該房東想要以整存零付的方式支付整修費(目前存入一筆款項，每年年底領出)，若年利率固定為8%，則其目前應存入之金額為多少？

答：

$$\begin{aligned} PVA &= \$10,000 \times (PVIFA_{8\%,4}) \\ &= \$10,000 \times 3.3121 \\ &= \$33,121 \end{aligned}$$

例2、〔年金之未來值〕L商店老闆為自己設立退休金：每年年底存款$50,000，年利率固定為6%，共存10年。在第10年年底L商店老闆的退休金總額為多少？

答：

$$\begin{aligned} FVA &= \$50,000 \times (FVIFA_{6\%,10}) \\ &= \$50,000 \times 13.181 \\ &= \$659,050 \end{aligned}$$

2. 期初年金

「期初年金(Annuity Due)」是指在每期期初會有收入或支出，比一般年金早了一期，可利用圖3-8來表示。

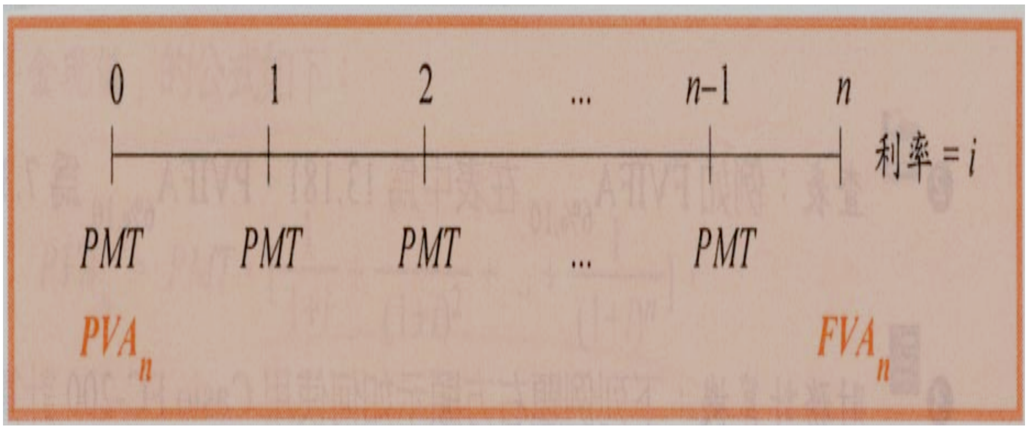

圖3- 8期初年金示意圖

「期初年金」的未來值與現值分別如下：

$$FVA_n = PMT \cdot \sum_{t=0}^{n-l} (1+i)^{n-t} = PMT \cdot (FVIFA_{i,n}) \cdot (1+i)$$

$$PVA_n = PMT \cdot \sum_{t=0}^{n-l} \frac{1}{(1+i)^t} = PMT \cdot (PVIFA_{i,n}) \cdot (1+i)$$

例1、〔期初年金之未來值〕黃先生為長期投資者，5年來黃先生每年年初買進一張(1,000股)K公司股票(每股面額$10)，並不賣出；如果K公司每年

發放股票股利$2，到了第5年年底時，黃先生會擁有K公司多少股的股票？

答：

$$FVA = 1,000 \times FVIFA_{20\%,5} \times 1.2$$
$$= 1,000 \times 7.4416 \times 1.2$$
$$= 8,930$$

例2、〔期初年金之利率〕張君自1995年起至1998年，每年年初存入$500，至1998年年底將可收回$2,263，則其存款年利率為多少？

答：

$\$2,263 = \$500 \times FVIFA_{i,4} \times (1+i)$ ，

$$\$500 \times FVIFA_{5\%,4} \times (1+i)$$
$$= \$500 \times 4.3101 \times (1.05)$$
$$= \$2,262.8$$
$$i = 5\%$$

3. 分期付款

廠商出售昂貴物品如房屋、汽車、音響時，通常會讓消費者「分期付款(Amortization)」；另外，以租賃方式取得實體資產的使用權時，通常也是以分期付款的方式繳納租金，而分期付款其實就是一種「年金」的計算。

例、〔分期付款之利息與本金〕李先生以固定利率9%向銀行貸款$2百萬，為期10年，每年年底須支付相同金額以償還本金及利息。李先生每年應還金額為何？若李先生在第三年年底想償還所有貸款，則應還金額為多少？

答：

(a)$2百萬 $= PMT \times (FVIFA_{9\%,10})$

$$= PMT \times 6.4177$$

$$PMT = \$311,638$$

(b)第三年年底償還所有貸款的計

算方式如表3.1所示。

表3- 1房屋分期付款之計算

—	(1)	(2)	(3) = (1)×9%	(4) = (2)−(3)	(5) = (1)−(4)
計算項目	期初餘額 (Beginning)	每年金額 (Payment)	利息費用 (Interests)	償還本金 (Principal Paid)	期末餘額 (Ending)
按鍵	—	PMT	INT	PRN	SHIFT BAL
第一年	$2,000,000.00	311,640.18	180,000.00	131,640.18	1,868,359.82
第二年	$1,868,359.82	311,640.18	168,152.38	143,487.80	1,724,872.02
第三年	$1,724,872.02	311,640.18	155,238.48	156,401.70	1,568,470.33

李先生第三年年底應償還 $311,640.18 + 1,568,470.33 = $1,880,110.51。

4. 永續年金

「永續年金(Perpetuity)」是指無限期的年金，其現值的計算公式為：

$$PVA = \frac{PMT}{i}$$

例1、〔永續年金〕大大公司營運良好，該公司現欲發行特別股，每張

(1,000股)每年支付股利$2,000，如果市場認為該公司必要報酬率為10%，假設大大公司為永續經營，則其理論股價應為何？

答：特別股股價應為未來所有股利的現值：

$$P = PMT \times [\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^n} + \cdots] = \frac{PMT}{i}$$

$$P = \frac{PMT}{i} = \frac{\$2}{0.1} = 20$$

例2、〔永續年金〕A市政府自後年初起，每年將有$6億的社會福利支出，如果年利率固定為6%，A市政府希望明年初存入一筆錢之後，可以因應每年的社會福利支出，不會中斷且不必再籌款，則明年應存款多少？

答：

$$PV = PMT \times [\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^n} + \cdots] = \frac{PMT}{i}$$

$$P = \frac{PMT}{i} = \frac{\$6}{0.06} = \$100$$

(三)、 非等額現金之計算

現實生活中，許多收入或支出為定期，但每一期的收支金額並不相等，如圖3-9所示，此種情況稱為「非等額現金流量(Uneven Cash Flows)」，並無法以前節中的年金公式來計算。

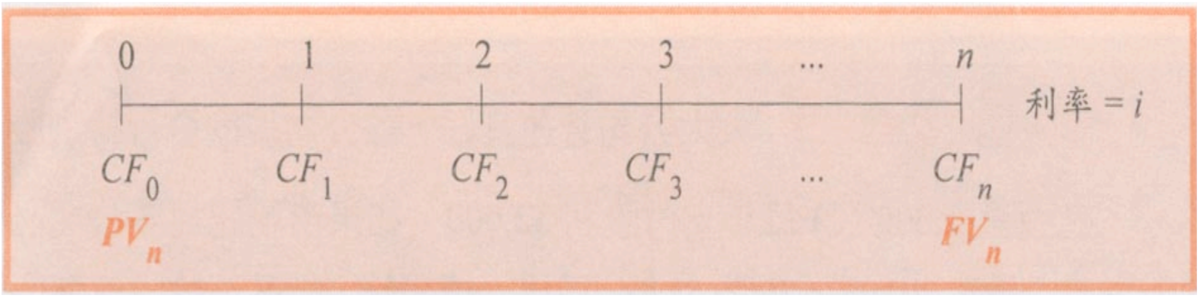

圖3- 9非等額現金流量示意圖

「非等額現金流量」的未來值與現值計算方式如下：

$$FV_n = CF_0 \cdot (1+i)^n + CF_1 \cdot (1+i)^{n-1} + CF_2 \cdot (1+i)^{n-2} + \cdots + CF_n$$

$$PV_n = CF_0 \cdot + \frac{CF_1}{(1+i)} + \frac{CF_2}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{CF_n}{(1+i)^n} = \sum_{t=0}^{n} \frac{CF_t}{(1+i)^t}$$

例1、〔非等額現金之現值與未來值〕

某公司估計5年內的現金流量如下

圖：

上列現金流量的現值與未來值各為多少？

答：

$$PV_n = \frac{CF_1}{(1+i)} + \frac{CF_2}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{CF_n}{(1+i)^n}$$

$$PV_n = \frac{\$200}{1.06} + \frac{\$300}{(1.06)^2} + \frac{\$400}{(1.06)^3} + \frac{\$400}{(1.06)^4} + \frac{\$400}{(1.06)^5} = \$1{,}407$$

$$FV_n = CF_1 \cdot (1+i)^{n-1} + CF_2 \cdot (1+i)^{n-2} + \cdots + CF_n$$

$$\begin{aligned} FV_n &= \$200 \times (1.06)^4 + \$300 \times (1.06)^3 + \$400 \times (1.06)^2 + \$400 \times (1.06) + \$400 \\ &= \$1{,}883.24 \end{aligned}$$

例2、〔非等額現金之現值〕A先生參加抽獎活動獲得下列之收入：

第一年初：$10,000，

第二年初：$20,000，

第三、四、五年初各為$30,000，

第六、七、八年初各為$40,000。

該抽獎單位宣稱A先生之獲獎金額共$240,000($1萬 ＋$2＋$3×3＋$4×3)，但若以10%之利率計算，獲獎金額實際上較低，試問應為多少？

答：

$$PV_n = CF_0 \cdot + \frac{CF_1}{(1+i)} + \frac{CF_2}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{CF_n}{(1+i)^n}$$

$$PV_n = \$1 \quad + \frac{2}{1.1} + \frac{3}{(1.1)^2} + \frac{3}{(1.1)^3} + \frac{3}{(1.1)^4} + \frac{4}{(1.1)^5} + \frac{4}{(1.1)^6} + \frac{4}{(1.1)^7}$$

$$= \$163,947$$

例：3、〔非等額現金之應用〕陳小姐5年來的每年年初都以年終獎金購買海外共同基金，而這5年來所購買的金額分別為$5、4、8、6、7萬，到了第5年年底的價值共為$44萬。忽略交易成本，陳小姐5年投資海外共同基金的平均報酬率為何？

答：

$$FV_n = CF_0 \cdot (1+i)^n + CF_1 \cdot (1+i)^{n-1} + \cdots + CF_{n-1} \cdot (1+i)$$

$$\$44=\$5\cdot(1+i)^5+4\cdot(1+i)^4+8\cdot(1+i)^3+6\cdot(1+i)^2+7\cdot(1+i)$$

使用財務計算機，可算出i約等於14%。

(四)、 複利之計算

前面幾節中的複利計算都是以一期為單位，但如果年利率10%，半年計算一次，真正的年利率是多少呢？本節介紹這一類多次複利的計算，以下列符號來表示利率：

➔名目年利率(Nominal Annual Rate)：i_{nom}，如金融機構的掛牌利率。

➔每期利率(Periodic Interest Rate)：$\frac{i_{nom}}{m}$，分母m為計算複利的次數。

➔有效年利率(Effective Annual

Rate)：$EAR(i_{eff})$，實際年利率。

1. 有效年利率之計算

台灣的銀行是以「名目利率」掛牌，而美國有許多銀行會同時標出「名目利率」及「有效年利率(Effective Annual Rate, EAR)」,「有效年利率」的計算公式如下：

$$EAR = (1 + \frac{i_{nom}}{m})^m - 1.0$$

例1、〔有效利率之比較〕A銀行定期存款年利率為7%，以單利計算；B銀行年利率6.9%，每季計息；C銀行年利率6.8%，每月計息。以有效利率作比較，哪一個銀行的利率最高？

答：

A銀行：7%(名目利率等於有效利率)；

B銀行：$EAR=(1+\frac{0.069}{4})^4-1.0=7.081\%$

C銀行：$EAR=(1+\frac{0.068}{12})^{12}-1.0=7.016\%$

➔B銀行的有效利率最高。

例2、〔有效利率之計算〕如果花旗銀行信用卡的名目年利率為18%，則其有效年利率為何？

答：信用卡每月計算利息，因此年有效利率如下：

$$EAR=(1+\frac{0.18}{12})^{12}-1.0=19.56\%$$

例3、〔有效利率之應用〕吳先生現存入銀行$100,000，為期9個月，名目年利率為6%，每個月計息一次，則到期

時的本金與利息共為多少？

答：

$$\$100{,}000 \times (1+\frac{0.06}{12})^{9} = \$104{,}591$$

例4、〔有效利率與年金〕林小姐以分期付款的方式購買了一套音響，無頭期款，每個月月底須支付$2,000，為期二年整。音響店的有效年利率為12.68%，試問該音響之訂價為多少？

答：應求出每月之名目利率，再求出年金的現值：

$$EAR = (1+\frac{i_{nom}}{12})^{12} - 1.0 = 12.68\%$$

$$\frac{i_{nom}}{m} = 1\%$$

$$PVA = PMT \times PVIFA_{1\%,24} = \$2{,}000 \times 21.2434 = \$42{,}487$$

2. 無限次數的有效年利率

計算複利的次數可以為4次(季)、12次

(月)、365次(日，或360次)，可不可以用更多期或甚至以無限多次來計算呢？用無限次數計算的複利會收斂嗎？答案是會的，無限期數「有效利率」的計算如下：

$$
\begin{aligned}
i_{eff} &= [\lim_{m\to\infty}(1+\frac{i_{nom}}{m})^{m}]-1.0 \\
&= [\lim_{m\to\infty}(1+\frac{1}{m/i_{nom}})^{m}]-1.0 \\
&= [\lim_{m\to\infty}(1+\frac{1}{m/i_{nom}})^{(m/i_{nom})\cdot i_{nom}}]-1.0 \quad (\text{ژ}\ n = m/i_{nom}) \\
&= [\lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^{n\cdot i_{nom}}]-1.0 \\
&= \mathrm{e}^{\mathrm{i}_{\mathrm{nom}}}-1.0
\end{aligned}
$$

例、〔有效利率之比較〕如果X銀行定期存款年利率為6.6%，每季計息一次；Y銀行年利率6.5%，計息無限次。以「有效年利率」作比較，哪一個銀行的利率較高？

答：

X銀行：

$$EAR = (1+\frac{i_{nom}}{m})^m - 1.0 = (1+\frac{0.066}{4})^4 - 1.0 = 6.765\%$$

Y銀行：

$$EAR = \mathrm{e}^{\mathrm{i}_{\mathrm{nom}}} - 1.0 = e^{0.065} - 1.0 = 1.06716 - 1.0 = 6.716\%$$

➔X銀行定存的有效利率較高。

(五)、 貨幣時間價值之應用

本節以例題方式來說明貨幣時間價值的應用。

例1、〔單一金額未來值之應用〕甲國目前的國民生產毛額為乙國的五倍，假如甲國的年經濟成長率固定為2%，乙國的年經濟成長率為12%；則乙國在多少年之後，國民生產毛額將會超過甲國？

答：

假設乙國的國民生產毛額在**n**年後會超過甲國：

$$GNP_{\text{甲}} \cdot (1.02)^n \le GNP_{\text{乙}} \cdot (1.12)^n$$
$$5GNP_{\text{乙}} \cdot (1.02)^n \le GNP_{\text{乙}} \cdot (1.12)^n$$
$$5 \cdot (1.02)^n \le (1.12)^n$$
$$5 \le (\frac{1.12}{1.02})^n$$
$$\Rightarrow 5 \le (1.098)^n$$

上式可利用現值法：

(PV = 1， FV = 5， $i = \frac{1.12}{1.02} - 1 = 9.8\%$)

➔利用財務計算機解題 $n = 17.21$。

乙國的國民生產毛額在18年後會超過甲國。

例2、〔年金現值之應用〕台灣大海航運公司於新加坡設立分公司，於今年初開始營運，分公司每個月底需支付

日常費用新加坡幣S$200,000；若元月初新加坡幣兑新台幣之匯率為NT$20/S$，該公司估計新加坡幣今年度每個月將升值0.2%。大海航運公司於今年初正好有閒置資金，想要以年利8.412%、每月計息的方式於台灣存入銀行，以支付分公司本年度的日常費用。大海航運公司於今年初應存入多少新台幣？(小數點四捨五入。)

答：

月利率 ＝ $\frac{8.412\%}{12} = 0.701\%$

$$
\begin{aligned}
PVA &= S\$200{,}000 \times [\sum_{t=1}^{12} \frac{NT\$20/S\$ \times (1.002)^t}{(1.00701)^t}] \\
&= S\$200{,}000 \times [\sum_{t=1}^{12} \frac{NT\$20/S\$}{(1.005)^t}] \\
&= \text{NT}\$4{,}000{,}000 \times PVIFA_{0.5\%,12} \\
&= \text{NT}\$46{,}475{,}728
\end{aligned}
$$

例3、〔年金利率之比較〕甲公司對某新車之現金售價為$120萬，並提供購車之分期付款計劃，交車一個月後每

個月月底應付$73,178(無頭期款)，共付一年六個月；乙公司提供同車型之現金售價亦為$120萬，其分期付款為交車兩個月後每二個月月底應付$132,198(無頭期款)，共付10期。試問甲或乙公司之分期付款對消費者較有利？

答：

(a)很多人會以總合方式計算

甲公司：$73,178×18 = $1,317,204，

乙公司：$132,198×10 = $1,321,980，

甲公司的總價較低，應選甲公司，但甲、乙公司付款的期數並不一樣，比較總價是錯誤的。

(b)以「貨幣時間價值」計算利率：

甲公司：$\$1{,}200{,}000 = (\$73{,}178)\times[\frac{1}{(1+i)}+\frac{1}{(1+i)^2}+\cdots+\frac{1}{(1+i)^{18}}]$

$$\$1{,}200{,}000 = (\$73{,}178)\times PVIFA_{i,18}$$

$PVIFA_{i,18}=16.39837$ ，一個月的利率 ＝ 1%

有效年利率 ＝ $(1.01)^{12}-1=12.68\%$

乙公司：$\$1,200,000=(\$132,198)\times[\frac{1}{(1+i)}+\frac{1}{(1+i)^2}+\cdots+\frac{1}{(1+i)^{10}}]$

$\$1,200,000=(\$132,198)\times PVIFA_{i,10}$

$PVIFA_{i,10}=9.07729$

二個月的利率 ＝1.8 %➔ 一個月的利率 ＝0.9%；

有效年利率 ＝ $(1.018)^{6}-1=11.30\%$

➔由於乙公司利率較低，應選擇乙公司。

例4、〔非等額現金之報酬率〕大勇公司5年來每年年初買進1,000張(每張1,000股)關係企業的股票，買入的平均股價分別為$50、$60、$48、$72、$64，如果大勇公司這5年來未曾收到股利，在第5年年底時，這些股票的

平均股價為$74(5,000張)，則其投資的年平均報酬率為多少？

答：

$$FV_5 = CF_0 \cdot (1+i)^n + CF_1 \cdot (1+i)^{n-1} + \cdots + CF_4 \cdot (1+i)$$

$$\$370 = \$50 \times (1+i)^5 + 60 \times (1+i)^4 + 48 \times (1+i)^3 + 72 \times (1+i)^2 + 64 \times (1+i)$$

➔利用財務計算機得到 i＝8.13%。乍看之下，大勇公司投資關係企業的報酬率似乎不錯，但仔細計算後，8.13%的年平均報酬率只比銀行存款好一些。

例5、〔保險的保酬率〕某保險公司所提供的人壽保險契約如下：30歲健康之要保人若身故可獲$1,000,000之保險金，每年年初需繳費$12,368，20年後期滿，(a)如果要保人繳滿保險金5年之後(第24年底)死亡，則其投保的「年平均報酬率」為多少？(b)以平均壽命70歲計算，忽略作業成本，則該

保險公司推出該契約的成本(百分比)約為多少？

答：

(a)

$$FV = PMT \times (FVIFA_{i,20}) \times (1+i)^5$$
$$\$1{,}000{,}000 = (\$12{,}368) \times (FVIFA_{i,20}) \times (1+i)^5$$

➔利用財務計算機得到 i＝9.17%。

(b)

$$FV = PMT \times (FVIFA_{i,20}) \times (1+i)^{20}$$
$$\$1{,}000{,}000 = (\$12{,}368) \times (FVIFA_{i,20}) \times (1+i)^{20}$$

➔利用財務計算機得到 i＝4.72%。

從本例可看出，受益人愈早領到保險金，報酬率愈高，但要保人寧可受益人愈晚領取保險金。另一方面，只要保險契約數量夠多，以平均壽命來計算，保險公司的資金成本通常要比銀

行定存利率低。

關鍵字

- ◆ 複利(Compounding Interest Rates)
- ◆ 現值(Present Value, PV)
- ◆ 終值(Future Value, FV)
- ◆ 現值利率因子(Present Value Interest Factor, PVIF)
- ◆ 未來值利率因子(Future Value Interest Factor, FVIF)
- ◆ 一般年金(Ordinary Annuity)
- ◆ 期初年金(Annuity Due)
- ◆ 分期付款(Amortization)
- ◆ 永續年金(Perpetuity)
- ◆ 名目年利率(Nominal Annual Rate)
- ◆ 每期利率(Periodic Interest Rate)
- ◆ 有效年利率(Effective Annual Rate)

問題與討論

1、 試述「貨幣的時間價值」？

2、 試述「利率的高低」與「到期時間的長短」分別對現值與終值有何影響？

3、 試述期初年金與普通年金的不同，以及那一種有較高的終值？

4、 為了鼓勵投資人開戶，大安銀行正在規劃各式的現金抽獎活動，共有下面四種方案，您能試算出那一種方案對投資人最划算嗎？(假設折現率 ＝10％)

(1).現金15萬元

(2).5年後支付25萬元

(3).每年支付13,000，直到永遠

(4).從明年開始支付8,700，而且每年支付額增加5％，直到永遠

壹、何以貨幣會有時間價值？
如果有人答應給您100萬，三個問題請先思考一下：

1.若有兩種選擇：
選擇A：10年後再拿
選擇B：現在馬上拿
請問您要選擇A或B？為什麼？

2.若只能10年後才拿到100萬，而有人願意出價向您買這個權利，您要現在拿到多少錢才願意讓出這個權利？

~~~~ 期末現值 ~~~

3.若現在就可取得 100萬，而有人願意出價向您買這個權利，並答應在10年後以額外金額補償您，請問10年後，您要取回多少錢才願意賣出這個權利？

~~ 期末終值 ~~

如果有人答應每年給您100萬，兩個
~~~~

問題請先思考一下：

1.若有人願意現在出價向您買這個權利，您要現在拿到多少錢才願意讓出這個權利？

~~~~ 年金現值 ~~~

2.若有人願意出價向您買這個權利，並答應在10年後以額外金額補償您，請問10年後，您要取回多少錢才願意賣出這個權利？

~~ 年金終值 ~~

貳、貨幣時間價值如何計算？

1.期末現值：未來貨幣在今日之價值

$PV(0) = FV(N) / (1+R)^N = FV(N) * PVIF (R , N)$

PV(0) ：目前貨幣價值

FV(N) ：貨幣期末價值

R：利率水準 N：年(期)數

PVIF(R,N)：現值利率因子(Present Value Interest Factor)
~~~~

2.期末終值：今日的貨幣在未來之價值

FV(N) = PV(0) * (1+R)^N = PV(0) * FVIF (R , N)

PV(0) ：目前貨幣價值

FV(N) ：貨幣期末價值

R：利率水準 N：年(期)數

FVIF(R,N)：終值利率因子(Future Value Interest Factor)

3.年金現值：未來每年期末貨幣收入在今日之價值

PVOA(N) = PMT * PVIFA (R , N)

PVOA(N) ：普通年金現值

PMT ：每期期末貨幣收入

R：利率水準 N：年(期)數

PVIFA(R,N)：年金現值利率因子(Present Value Interest Factor for Annuity)

4.年金終值：未來每年期末貨幣收入

在最後一年之價值
FVOA(N) = PMT * FVIFA (R , N)
FVOA(N)) ：普通年金終值
PMT ：每期期末貨幣收入
R：利率水準 N：年(期)數
FVIFA(R,N)：年金終值利率因子
(Future Value Interest Factor for Annuity)
參、貨幣時間價值實務案例計算。
1.期末現值：未來貨幣在今日之價值
PV(0) = FV(N) / (1+R)^N = FV(N) * PVIF (R , N)
= 100萬 * 0.6139
= 61.39萬
2.期末終值：今日的貨幣在未來之價值
FV(N) = PV(0) * (1+R)^N = PV(0) * FVIF (R , N)
= 100萬 * 1.6289

= 162.89萬
3.年金現值：未來每年期末貨幣收入在今日之價值
PVOA(N) = PMT * PVIFA (R , N)
= 100萬 * 7.7217
= 772.17萬
4.年金終值：未來每年期末貨幣收入在最後一年之價值
FVOA(N) = PMT * FVIFA (R , N)
= 100萬 * 12.578
= 1,257.8萬
肆、決定貨幣時間價值之三大因子。
時間的長短→滴水可以穿石！
利率之高低→您的錢價值多少？
本金或年金之高低→您的工資或投資收入每年有多少？