經濟學之相關數理基礎

OUTCOME=Wage rate =MC*MPL

INCOME=P*MPL P=MC

CH18 經濟學 Economics

摘要

- 經濟學的分析方式不外乎有三類：文字、圖形、數學。
- 經濟模型可以方程式、函數、座標圖形等數學形式表達，便於說明各經濟變數的相關性及變化結果。
- 邊際、斜率、微分，三者是一體的，是「三合一」的共同體。我們常常要用到微分，其原因就是為要觀察它的斜率，就是為要得到邊際條件。

經濟學的分析方式

- 經濟學的分析方式不外乎有三類：文字、圖形、數學。
- 文字，要觀念清晰、立論合乎經濟邏輯；
- 圖形，要具備畫圖及看圖的技巧；
- 數學，是最清楚、最嚴謹的分析方式。

看圖的重點

- 看圖的重點是：形狀、斜率。
- 形狀有直線、有曲線；
- 斜率有正、有負，也會變大、變小，其簡單的口訣就是：「縱軸變數變動量除以橫軸變數變動量」。斜率能夠用來說明變數之間的影響方向、關係、程度。斜率的意思是：「每一單位變動所導致的影響」，與「邊際」的觀念一致，所以邊際就是斜率，就是要用微分求得，由此可知：**邊際、斜率、微分，三者是一體的**

給初學者之建議1

- 如何在開始的時候把握一些基本的工具呢？
- 首先要把微積分讀好，經濟學會運用到一些基本的微積分，尤其對於一階分，二階微分的意義，全微分及偏微分更是要好好的了解，如此對於你往後的經濟學生涯是絕對有幫助的．

給初學者之建議2

- 在經濟學中有許多的圖形及基本的數學工具，在圖形之中不免會有座標，有直線有曲線，座標有橫座標及縱座標，直線有斜率，曲線有切線斜率；數學也大概只有基本微積分而已，這些雖然都是一些工具，但是在剛開始的時候，就要有仔細研究的精神，不只在文字上了解經濟學，利用這些工具所求出的結果來幫助你，更是事半功倍，了解每一個圖形的真正意含是真的真的很重要的一件事，不只是在初學時，在往後的每一個時期也都是如此．

微積分1

- （１）一階微分(f')：由微分的定義可以很清楚的知道，一階微分代表的是斜率－－更精確的說是切線斜率，我們要時時刻刻地記住這一點，所以一階微分等於零代表切線斜率為零，此時切線為水平線，當曲線的切線為水平時，當然就是這個曲線的最高點或最低點，所以一階微分等於零時會有極值（可能極大亦可能是極小值）產生·
- 當一階微分大於零，其在幾何上的意義為：當ｘ值愈大時，ｙ值也愈大，即斜率為正值·

微積分2

- （２）二階微分(f")：二階微分由字面上看來就可以知道就是把一階微分（切線斜率）所得的數式再作一次一階微分，在幾何上也就是說：當二階微分大於零時表示，x 值愈大則其切線斜率也愈大．這樣子的關係當然就表示此時曲線是呈現凹口向上的，可以自己劃圖印證一下．一個凹口向上(f ">0)的曲線，表示它會有極小值產生．相反的，凹口向下則會有極大值產生．

- 所以當 x 使得一階微分等於零時（有極值），再加上二階微分小(f "< 0)於零（有極大值），我們才可以肯定地說，此時會產生極大值．

凸狀(convex)：斜率遞減 $\left(\dfrac{d^2Y}{dX^2}<0\right)$ (f " <0)

- 如果沒有二階微分，我們就不能肯定是極大或極小值．（當二階微分等於零且三階不為零時是反曲點，不是極大也不是極小值．）

導數（derivative）

- 這是微積分裡面最重要的觀念。
- 函數f(x)的導數就是f(x)的變化率；
- 從幾何來看，導數就代表函數y=f(x)的圖形在點(x, f(x))的切線之斜率。
- 導數：是用來度量函數的變化有多快，或者是有關斜率的各種類比。
- 如：速度即距離函數的導數。

微分（differential）

- 變數裡面的微小變化量叫differential，中譯為「微分」，譬如說，dy就是變數y的微小變化量。

斜率

- 直線斜率，是指該直線傾斜程度的一種量度。
- 斜率=垂直距離/水平距離。
- slope、hill、incline、obliquity、cant、diagonal、slant、tilt。

數學圖形應用

01

製作與使用圖形

- 基本觀念
  - 圖形以距離代表數量，使我們能以目視瞭解兩個變數間的關係。
  - 為了繪製圖形，我們利用兩條相互垂直的線為縱軸與橫軸:
    - 橫線是*x*軸
    - 縱線是*y*軸
    - 縱軸與橫軸的交點為原點

製作與使用圖形

- 闡釋經濟模型的圖形

正相關

顯示同向變動的兩個變數

線性相關

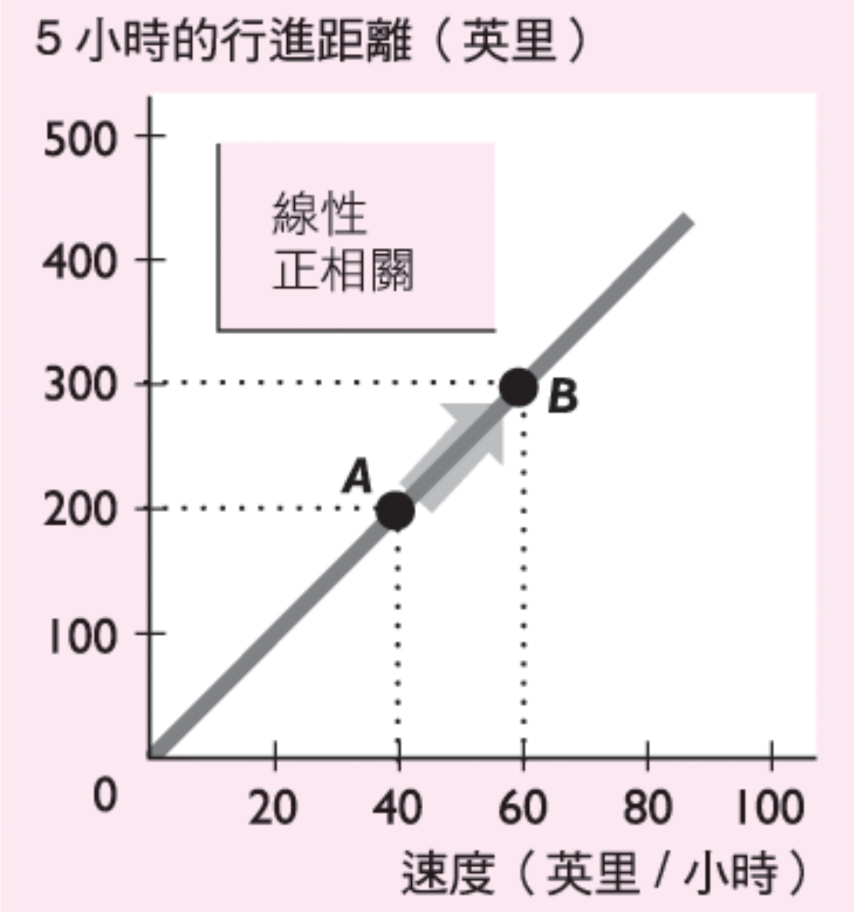
顯示直線關係

製作與使用圖形

圖A1.3(a)正相關

時速40英里，5小時的行進距離為200英里，如A點所示
B點代表時速60英里將使5小時的行進距離增加為300英里

行進距離=Y 隨 速度=X 增加而增加

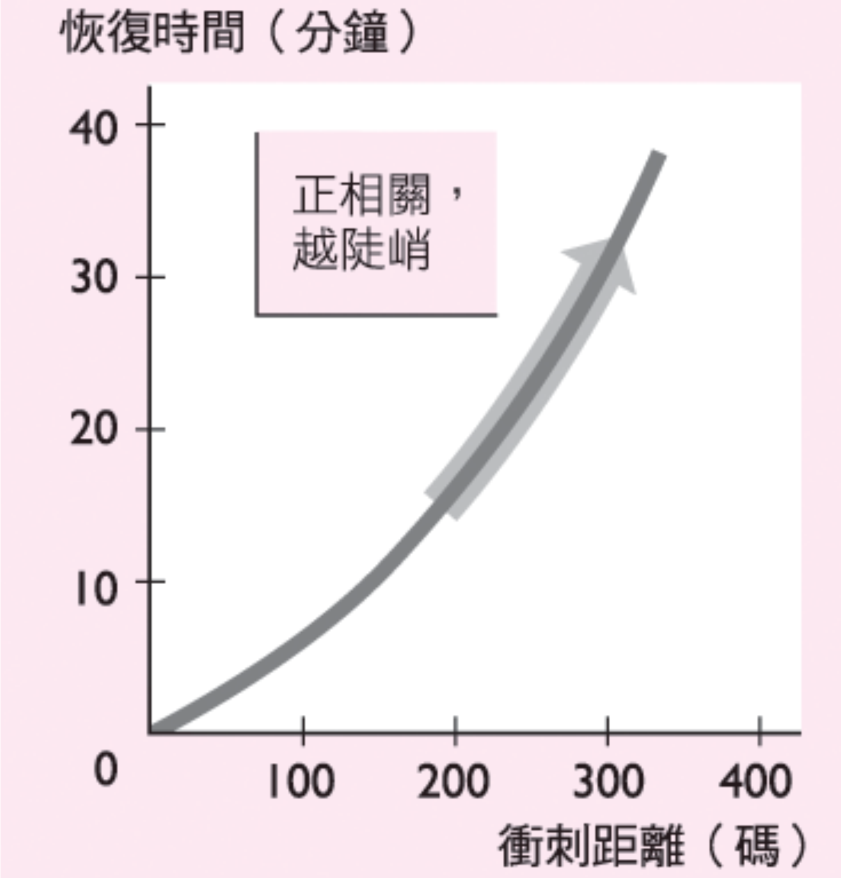


(a) 線性正相關

製作與使用圖形

圖A1.3(b)正相關，顯示衝刺距離=X 與 心臟恢復至正常心跳所需 時間=Y 的關係，為一條越來越陡峭的上升趨勢曲線

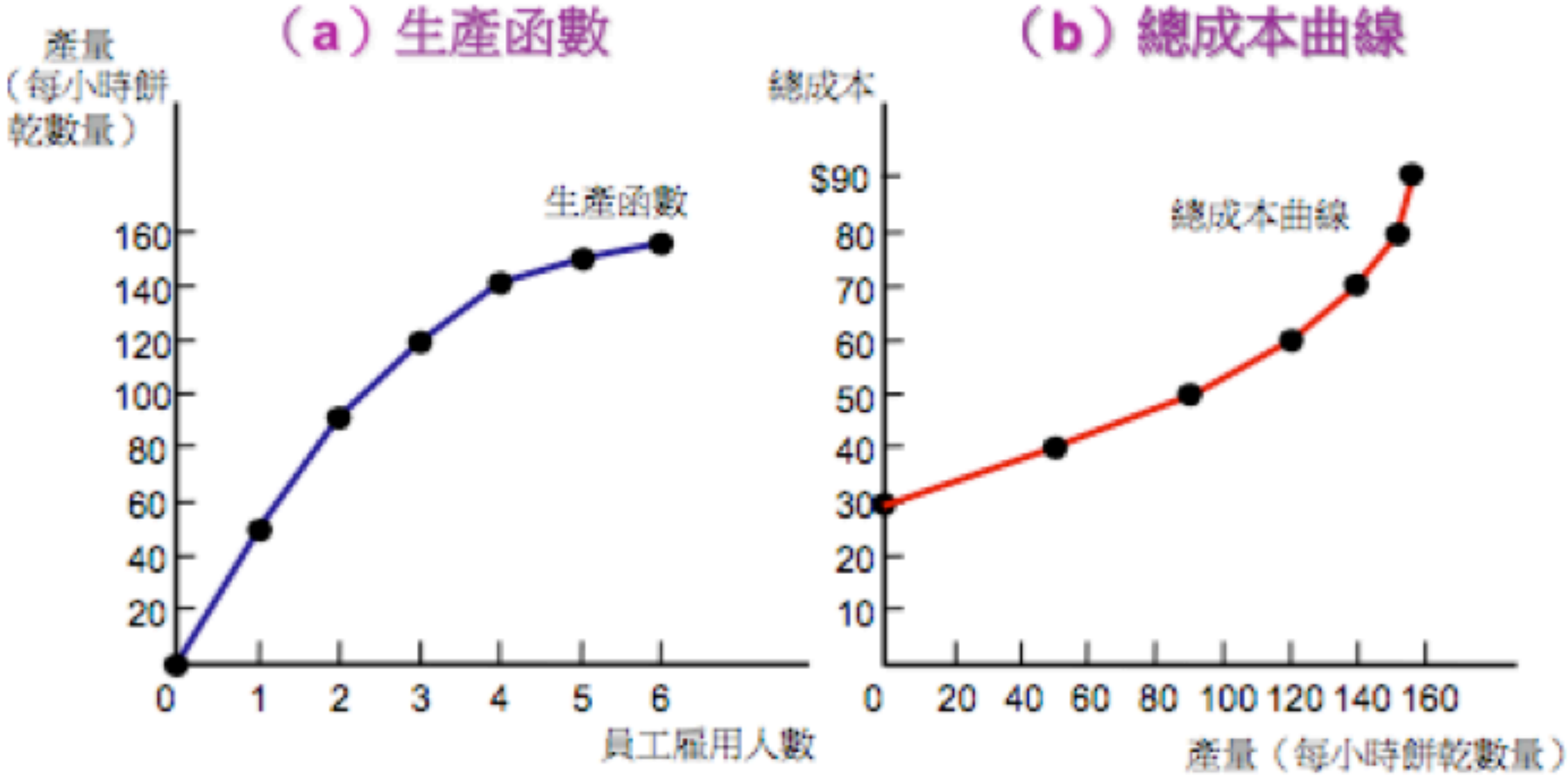
曲線變得陡峭的原因在於 衝刺距離=X 越長，恢復時間=Y 越久 (f ''>0)



(b) 正相關，越趨陡峭

總成本曲線(f ''>0): 產量 與 成本正相關

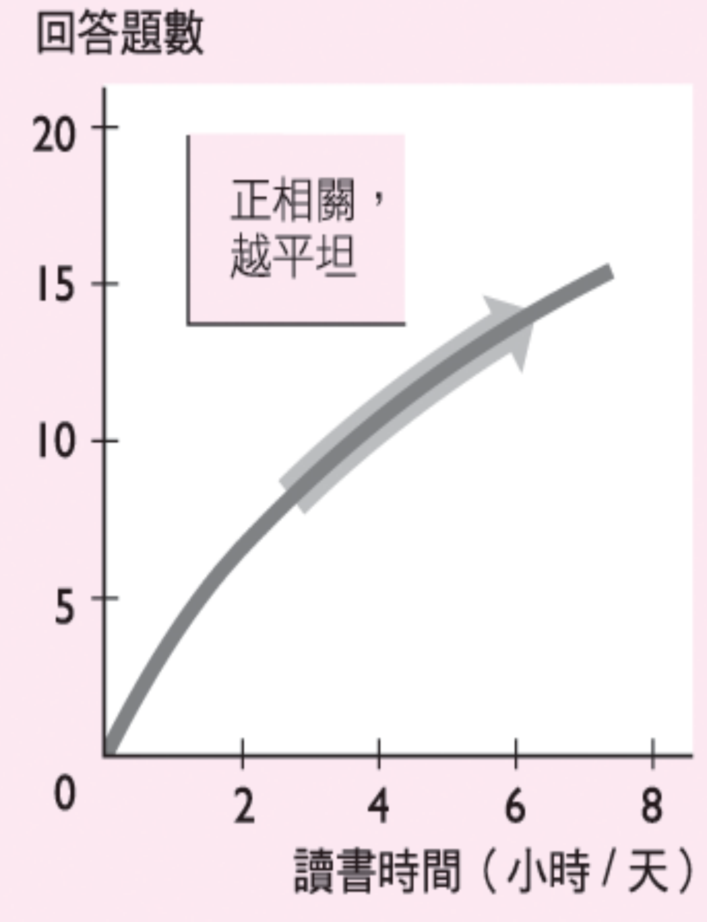
圖2　大喬的生產函數與總成本曲線



製作與使用圖形

圖A1.3(c)正相關，顯示回答問題的題數與讀書時間的關係，為一條越來越平坦的上升趨勢曲線

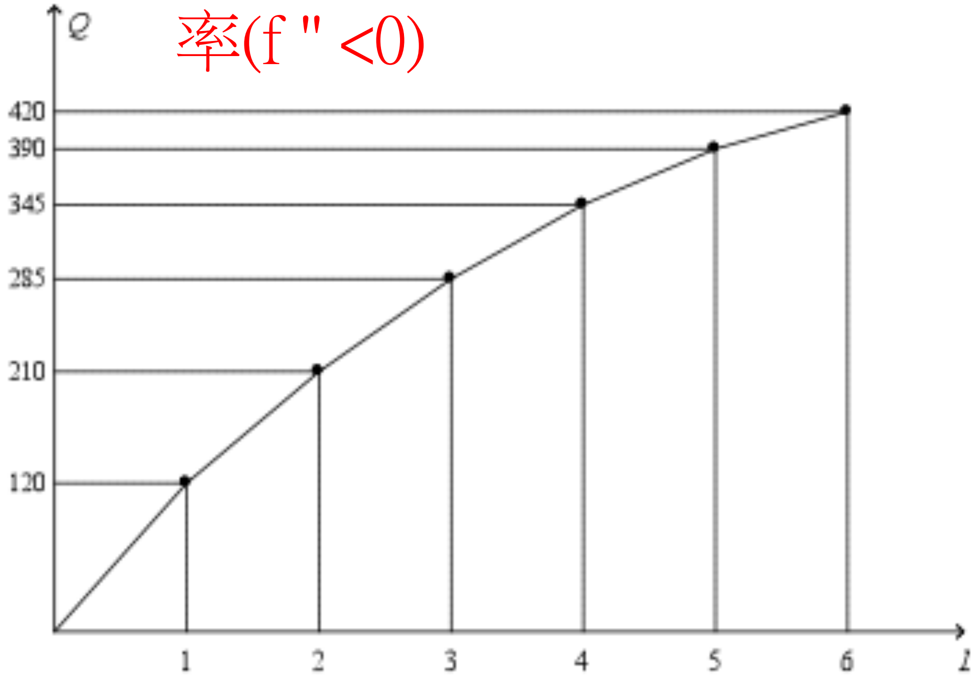
曲線先急遽、後緩慢上升，曲線變得平坦的原因在於讀書的時間越長則越無效率(f '' <0)



(c) 正相關，越趨平坦

第18章¶

曲線先急遽、後緩慢上升，曲線變得平坦的原因在於讀書的時間越長則越無效率(f '' <0)



¶

¶

2. 上圖中的 L 代表勞動數量，Q 代表每週產量，上圖顯示¶

a. 勞動需求、¶

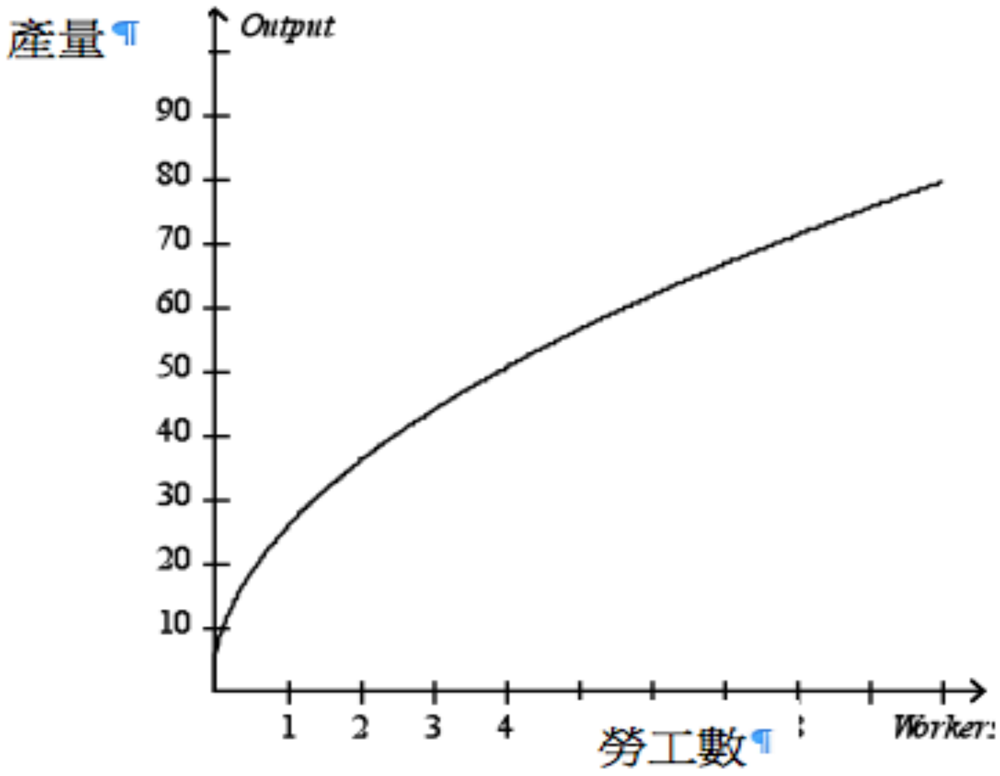
b. 勞動供給，¶

c. 生產函數，¶

d. 邊際產量，¶

答：C¶

EC CH10 =生產成本（Ch 13.TB.doc）



1. 上圖中的曲線為
   a. 邊際成本曲線。
   b. 邊際產量曲線。
   c. 生產函數。
   d. 生產可能曲線。

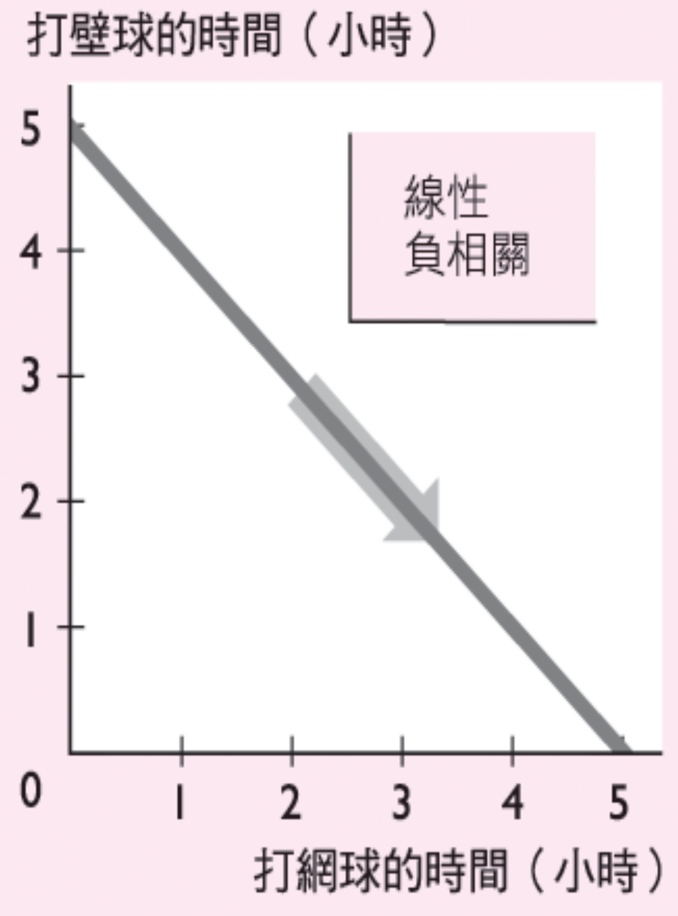
1答：C

製作與使用圖形

- **負相關**
- 顯示反向變動的兩個變數

總成本曲線:打網球與打壁球負相關

圖A1.4(a)負相關，代表打壁球與打網球時間為負向線性關係，多打一小時的網球代表少打一小時的壁球



(a) 線性負相關

總成本曲線:L與VMP負相關

第18章¶

一、→是非題：¶

6任何要素的邊際產值$VMP_L=P*MP_L$是要素的邊際產量乘上要素的市場價格。¶

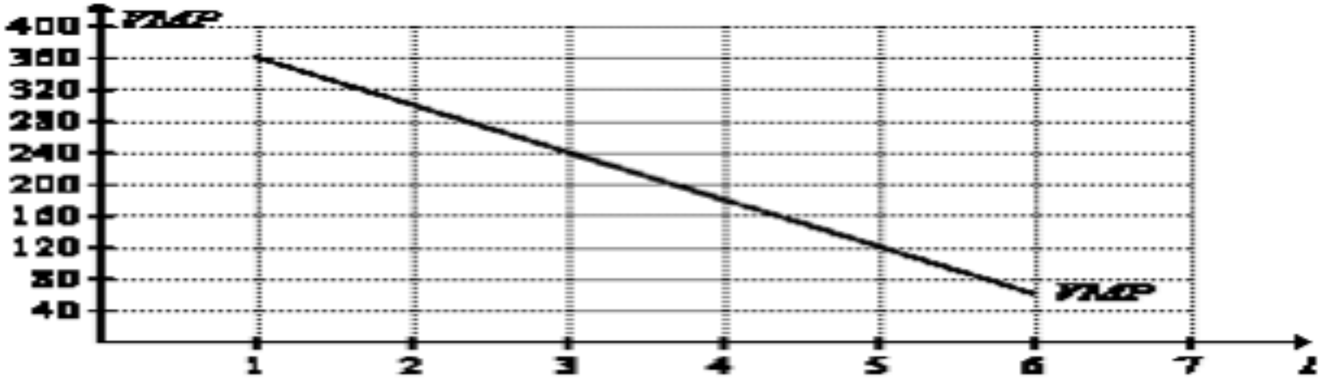
6答：×¶

¶

二、→單選題：¶

1. 任何要素的邊際產值︿^邊際產值︿是¶
   a. 要素的邊際產量乘上要素的市場價格。¶
   b. 要素的邊際產量乘上產品的市場價格。¶
   c. 要素的邊際收益乘上要素的市場價格。¶
   d. 以上皆非。¶

答：B →¶



¶

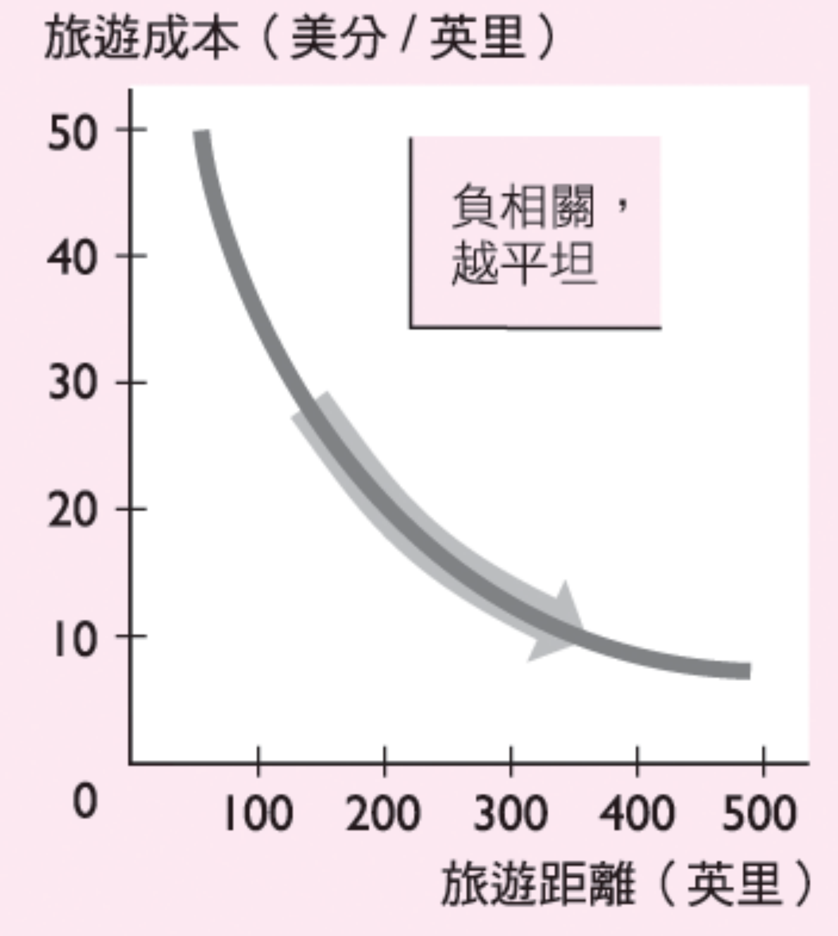
11. 上圖中的L代表勞動數量，VMP代表（每日）邊際產值，邊際產值曲線也是廠商的¶
   a. 勞動需求曲線。¶
   b. 產品供給曲線。¶
   c. 生產函數。¶
   d. 邊際收益曲線。¶

答：A¶

製作與使用圖形

圖A1.4(b) 負相關，顯示每英里的旅遊成本與旅遊距離的關係，為一條越來越平坦的下降趨勢曲線

旅遊距離越長，則每英里的成本越低，曲線呈現先急遽、後緩慢的下降趨勢。(f " >0)

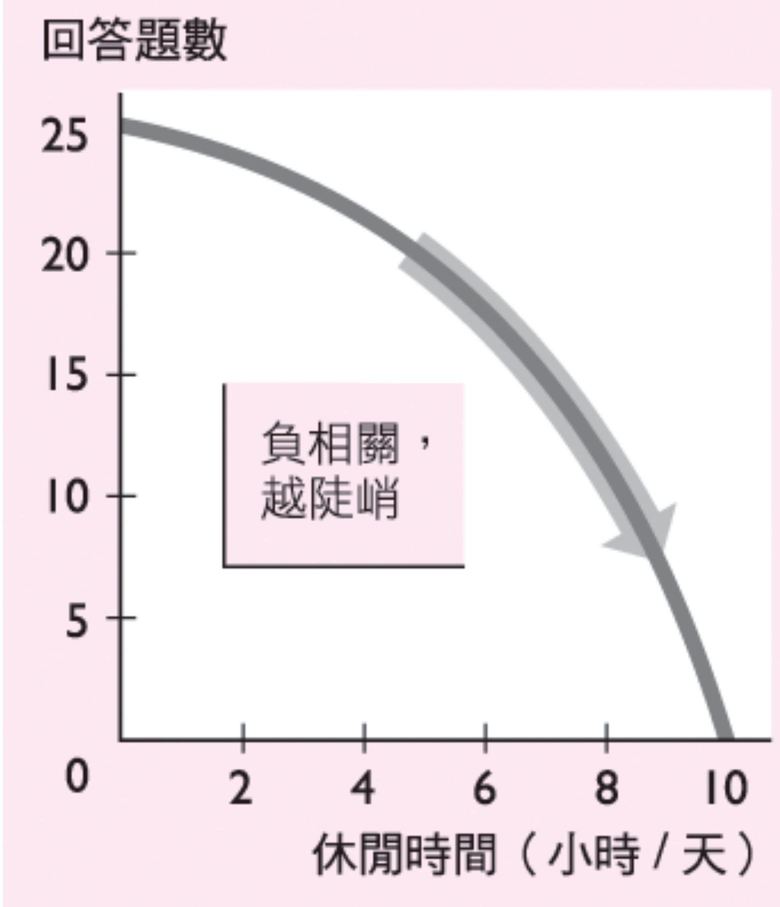


(b) 負相關，越趨平坦

製作與使用圖形

圖A1.4(c)負相關，顯示回答問題數目與休閒時間的關係，為一條越來越陡峭的下降趨勢曲線

曲線呈現先緩慢、後急遽下降，代表隨著休閒時間的增加，回答問題的題數迅速減少。(f " <0)

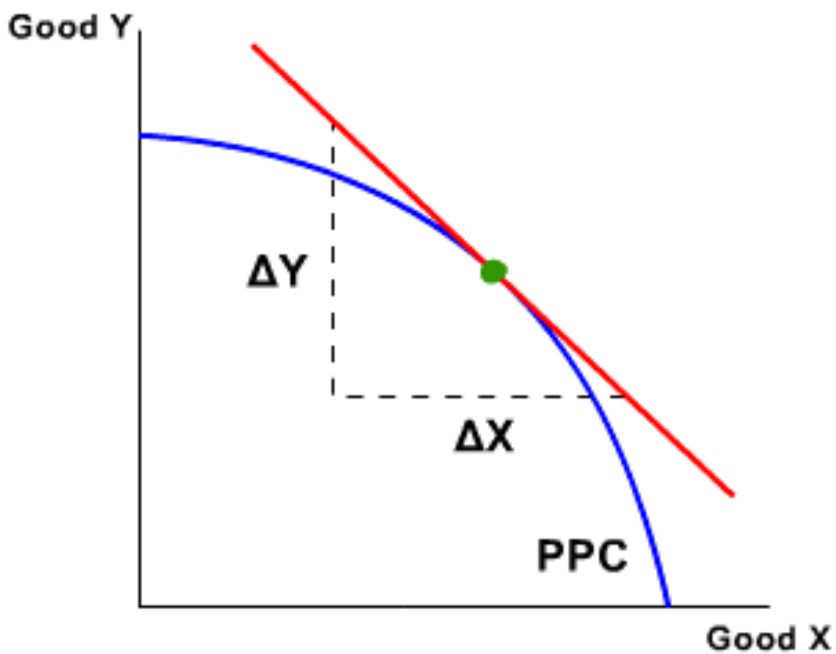


(c) 負相關，越趨陡峭

P 24 PPF

- **Production Possibility Frontier (Curve) 生產可能曲線**

生產可能曲線 (PPC)表示一個地方，在生產有效率的情況之下，最佳的生產組合。

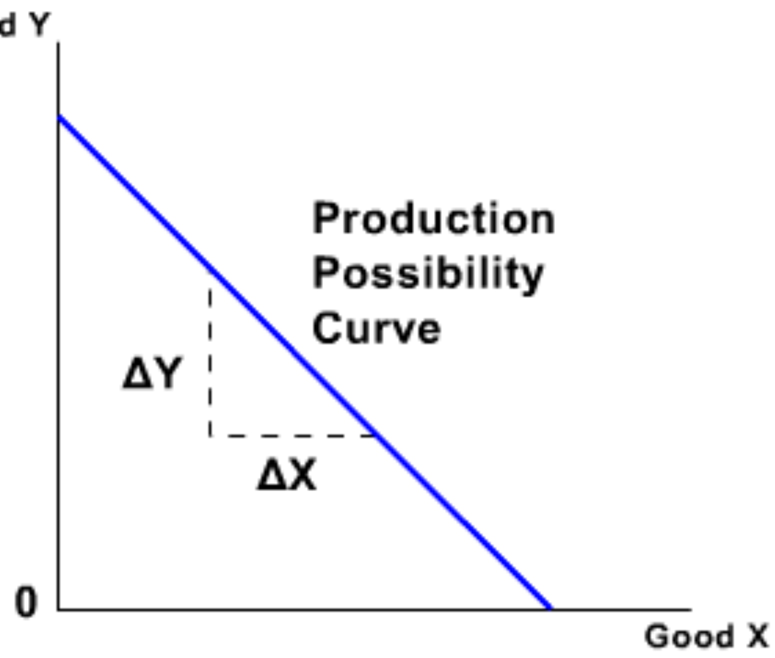


機會成本（OC）：

$$OC_X = \frac{\Delta Y}{\Delta X} \qquad OC_Y = \frac{\Delta X}{\Delta Y}$$

如上圖中的 PPC，表示成本遞增中。

若成本是固定，則 PPC 是一條「直」線。

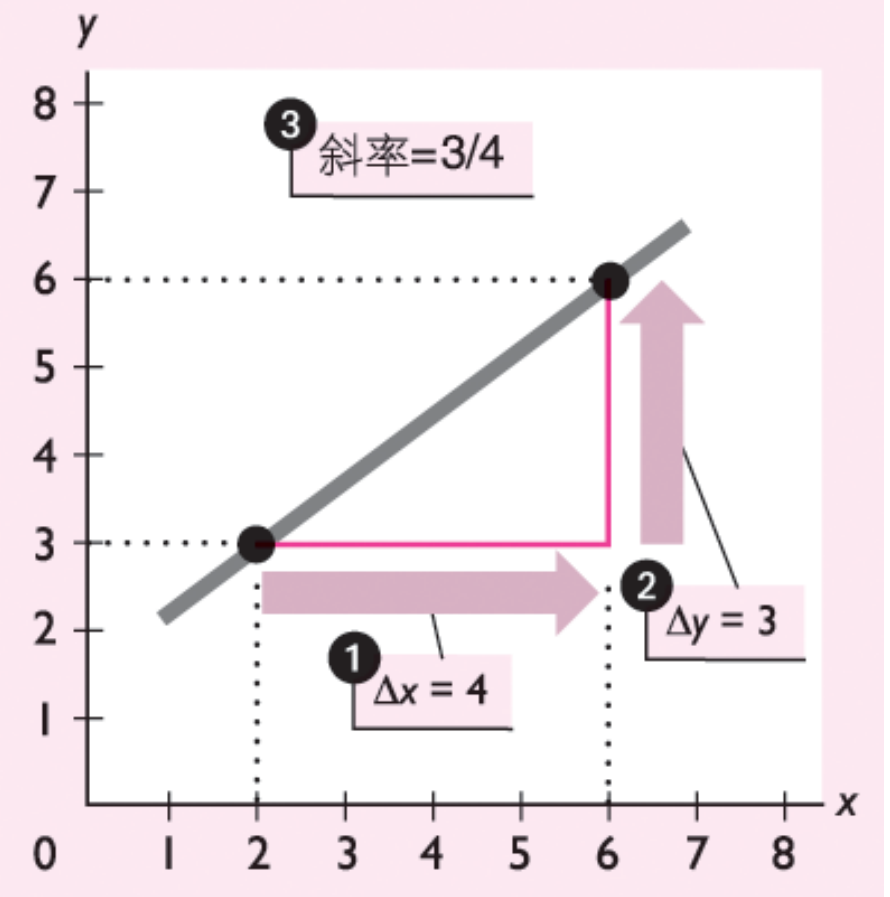


製作與使用圖形

- 斜率
  - **斜率**
  - 是縱軸變數的變動量除以橫軸變數的變動量，斜率的大小可以展現一變數對另一變數的影響程度。若以Δ代表變動量，則Δ*y*代表縱軸變數的變動量，Δ*y*代表橫軸變數的變動量，於是斜率等於：
  - 斜率 = $\Delta y \div \Delta x$

製作與使用圖形

圖A1.7(a)正斜率



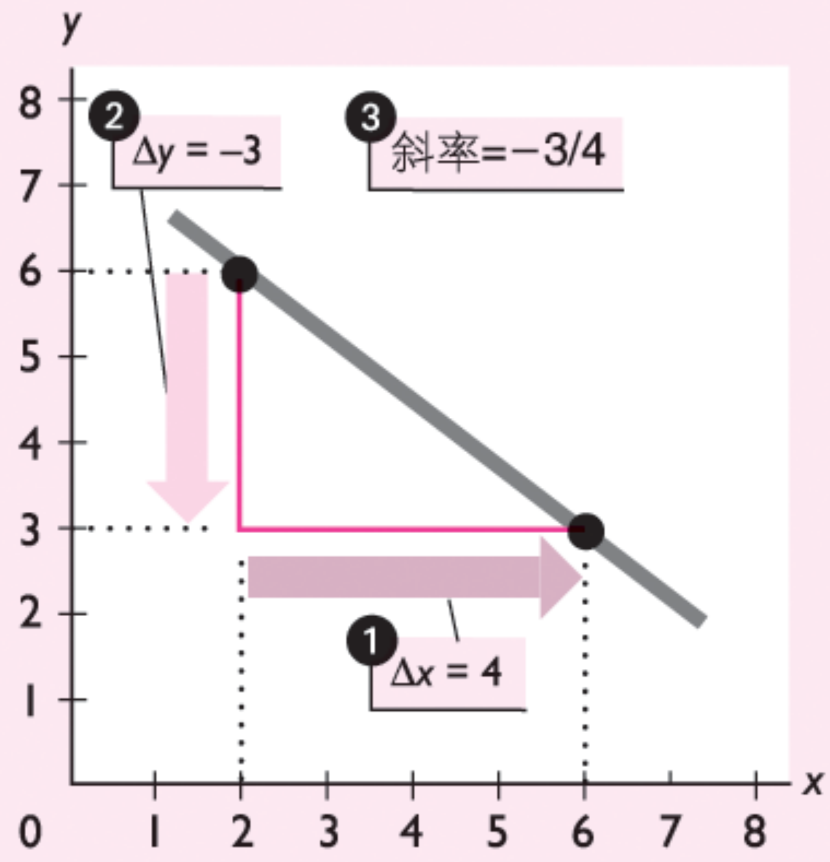
(a) 正斜率

1. $\Delta x = 4$
2. $\Delta y = 3$
3. 斜率 ($\Delta y/\Delta x$) 為 3/4

製作與使用圖形

圖A1.7(b)負斜率

1. $\Delta x = 4$
2. $\Delta y = –3$
3. 斜率 $(\Delta y/\Delta x)$ 為 $–3/4$



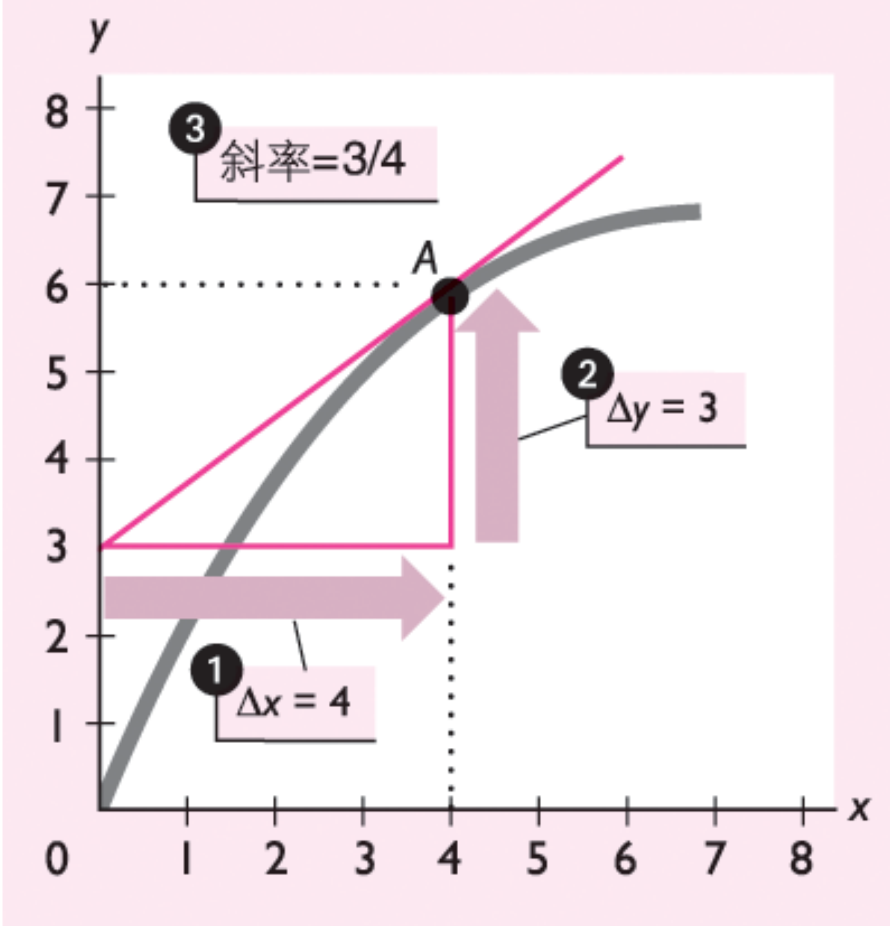
(b) 負斜率

製作與使用圖形

圖 A1.7(c) 切點斜率

A點是一條直線的切點，也就是該直線與曲線只相交於A點，該直線的斜率就是曲線在A點的斜率

1. $\Delta x = 4$
2. $\Delta y = 3$
3. 斜率 ($\Delta y/\Delta x$) 為 3/4.



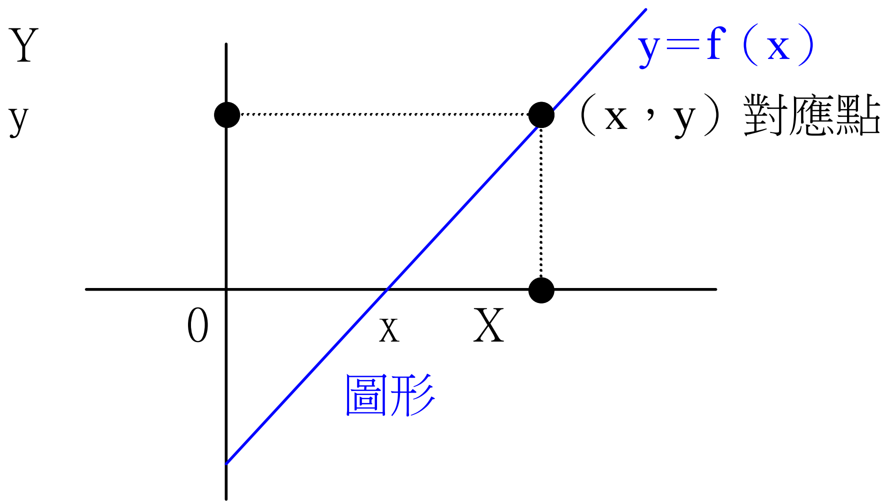
(c) 切點斜率

數學圖形應用

- **經濟模型**可以**方程式、函數、座標圖形**等數學形式表達，便於說明各經濟變數的相關性及變化結果。

函數圖形

- 將每一對應點連結描繪成圖形，代表兩變數相互關係。



斜率（slope）

- 導數（derivative）
- f（x）＝KX^N，則f'（x）＝$NKX^{N－1}$
- 斜率＝△Y/△X＝f'（x）
- 正值表示兩變數同方向變動
- 負值表示兩變數反方向變動
- 絕對值大小表示兩變數變動的相對程度

導數（微分）

- 1.直線的斜率：
- $A(X_1,Y_1)$, $B(X_2,Y_2)$ 兩點 ，的斜率為

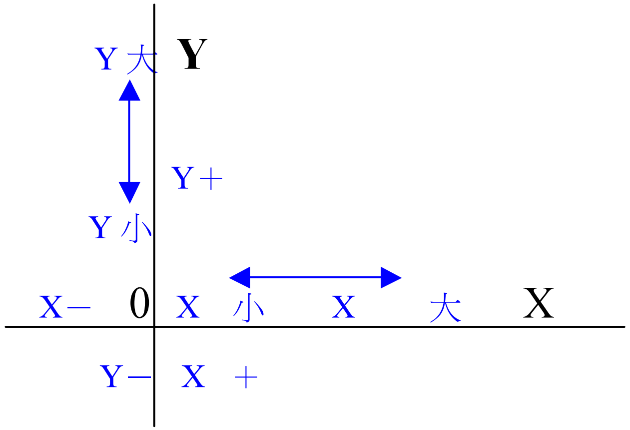
$$m_{\overline{ab}} \equiv \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} = \frac{\Delta Y}{\Delta X}\text{（變動率）}$$

$$= \tan\theta\ \left(\frac{\text{對邊}}{\text{鄰邊}}\right)$$

導數的定義：

- 欲求曲線在某一點的斜率須利用微分的技巧
- $\frac{dy}{dx} \equiv \lim_{\Delta x \to 0} = f'(x) = f(x)$在B點的切線斜率
- 微分的公式
- i) 指數公式 ~ 若 $y = x^n$，則 $\frac{dy}{dx} = n \cdot x^{n-1}$
- ii) 乘法公式 ~ 若 $Z = f(x) \cdot g(x)$
- 則 $\frac{dZ}{dX} = f(x) \cdot \frac{d}{dx} + g(x) \cdot \frac{df}{dx}$
-
- iii) 除法公式 ~ 若 $Z = \frac{f(x)}{g(x)}$，則 $\frac{dZ}{dx} = \frac{g(x)\frac{df}{dx} - f(x)\frac{dg}{dx}}{g^2(x)}$

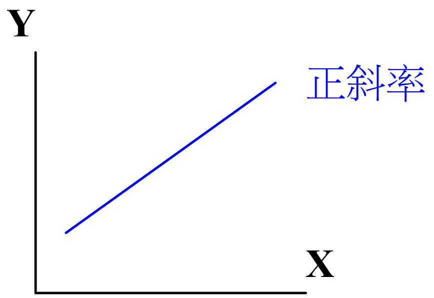
基本圖形分析

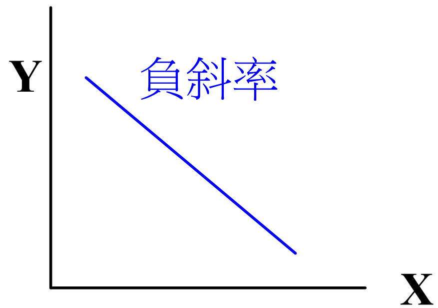


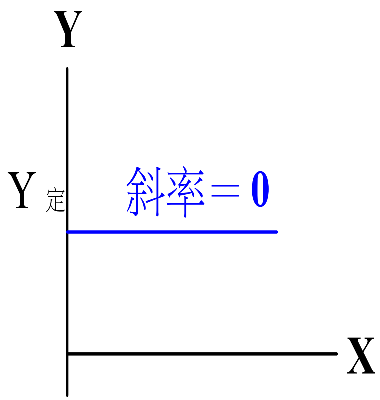
- 以橫軸左右判變數X大小，往左表示X愈小，往右表示X愈大，原點左方表示X為負，原點右方表示X為正。
- 以縱軸上下定變數Y大小，往下表示Y愈小，往上表示Y愈大，原點下方表示Y為負，原點上方表示Y為正。

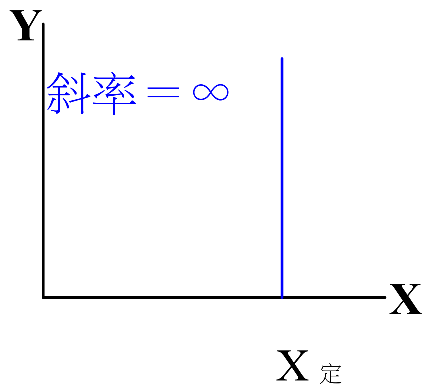
線性圖形分析

直線上所有點的斜率相同







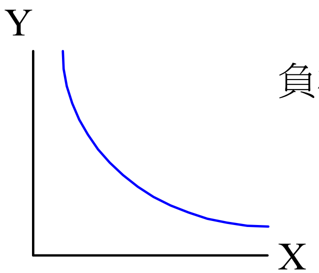


圖形（graph）

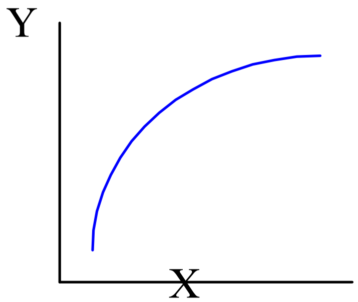
- 在xy平面上，在y方向上描繪出f(x)所成的圖示。
- 一個函數圖形可以顯示無限多個函數值。
- 簡單的說， f(x)的函數圖形就是在笛卡兒平面上、所有滿足方程式y=f(x)的點（x,y）所成的集合。
- 對特定一個x值，僅有一個y值使得y=f(x) 。

曲線圖形分析

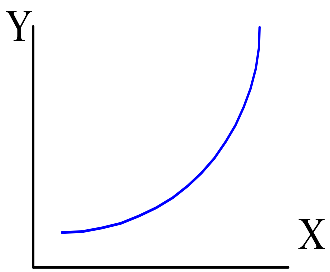
曲線上所有點的斜率不同



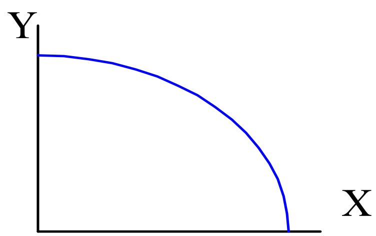
負相關而斜率遞減



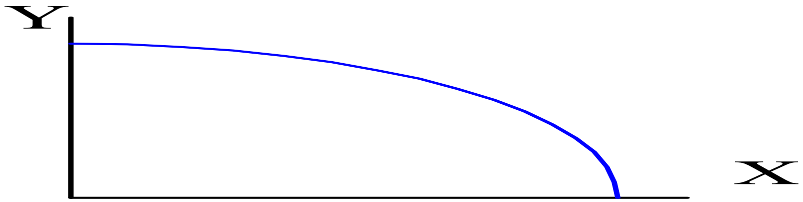
正相關而斜率遞減



正相關而斜率遞增



負相關而斜率遞增



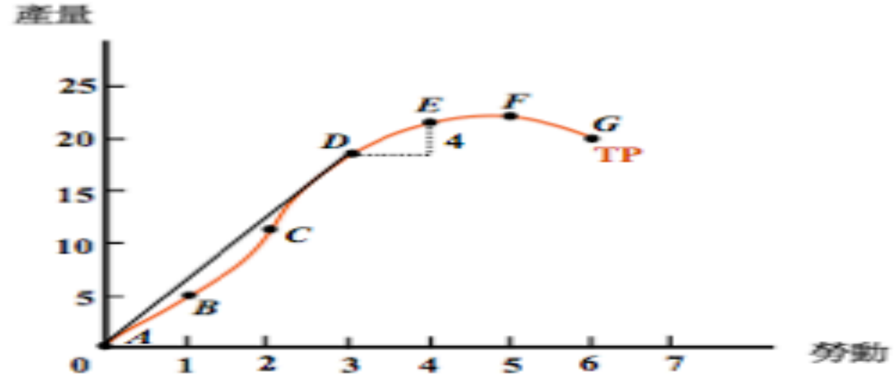
負相關而斜率遞增

產量分析—短期分析 (二)

表 5.1 許媽媽包子店的生產關係

	L (勞動人數)	TP (包子數)	MP_L (包子數)	AP_L (包子數)
A	0	0	—	—
B	1	5	5	5.0
C	2	12	7	6.0
D	3	18	6	6.0
E	4	22	4	5.5
F	5	23	1	4.6
G	6	20	-3	3.3

(a) 許媽媽包子店的總產量



產量分析—短期分析 (三)

表 5.1 許媽媽包子店的生產關係

	L (勞動人數)	TP (包子數)	MP_L (包子數)	AP_L (包子數)
A	0	0	—	—
B	1	5	5	5.0
C	2	12	7	6.0
D	3	18	6	6.0
E	4	22	4	5.5
F	5	23	1	4.6
G	6	20	-3	3.3

(b)許媽媽包子店的平均產量與邊際產量

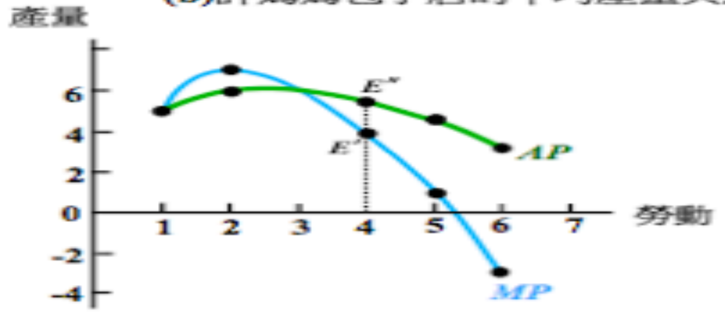


圖 5.1 總產量、平均產量與邊際產量的範例

經濟分析的技巧

02

經濟學的分析方式不外乎有三類：
文字、圖形、數學。

觀察經濟圖形的重點架構

- 線
  - 直線
    - 斜率（一階微分）
      - 正負：變數之間正反向的變動關係 $\left(\frac{dY}{dX}\right)$
      - 大小：陡峭或平坦
      - 固定：單一值
    - 截距（令 X 或 Y 為 0）
      - X 軸：水平移動的距離
      - Y 軸：垂直移動的距離
  - 曲線
    - 斜率（一階微分）
      - 正負：變數之間正反向的變動關係
      - 大小：切線陡峭或平坦
      - 非固定：多重值
    - 形狀（二階微分）
      - 凹狀(concaue)：斜率遞增 $\left(\frac{d^2Y}{dX^2}>0\right)$ (f '' >0)
      - 凸狀(convex)：斜率遞減 $\left(\frac{d^2Y}{dX^2}<0\right)$ (f '' <0)

斜率

- 斜率的口訣就是：「縱軸變數變動量除以橫軸變數變動量」，以數學方式表示即等於 $\dfrac{\Delta X}{\Delta Y}$ 。
- 意思是：「*X*變動一單位，會使得*Y*變動多少個單位」。
- 重要涵義是：*X*變動會影響*Y*的變動，隱含著*X*與*Y*之間的因果關係，*X*是因，*Y*是果。

斜率(續)

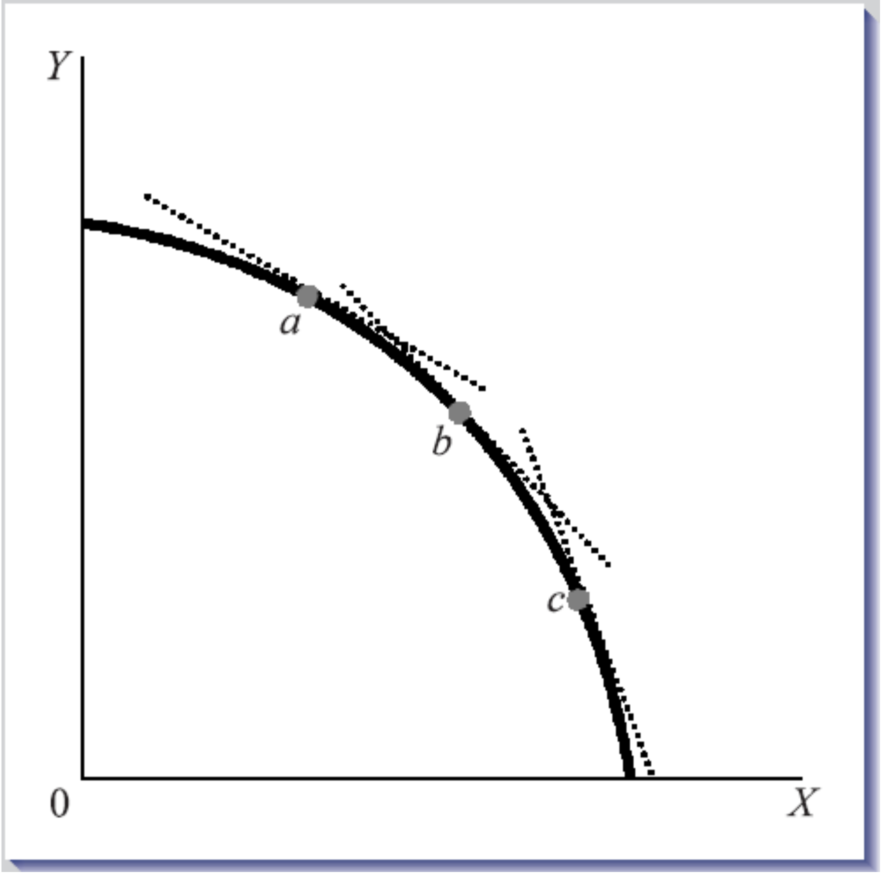
- 為了便於以後直接運用微分處理，我們會進一步將斜率寫為 $\frac{dY}{dX}$。 斜率為負的，即 $\frac{dY}{dX} < 0$ ，表示*X*與*Y*有反向的變動關係。
- 歸納斜率的特性，它能夠用來說明：(1)變數之間的影響方向(*X*影響*Y*)；(2)影響關係(*X*、*Y*的正反向變動)，以及(3)影響程度(*X*變動一單位，*Y*會變動多少個單位)。

邊際

- 邊際是：「每一單位變動所導致的影響」，這恰恰就是斜率的定義，因此，每條線的斜率都有一個邊際的名稱，如生產可能曲線的斜率就叫作「邊際轉換率」(marginal rate of transformation, *MRT*)。所以邊際就是斜率，就是要用微分求得。
- 邊際、斜率、微分，三者是一體的，是「三合一」的共同體。我們常常要用到微分，其原因就是為要觀察它的斜率，就是為要得到邊際條件。

斜率的變化

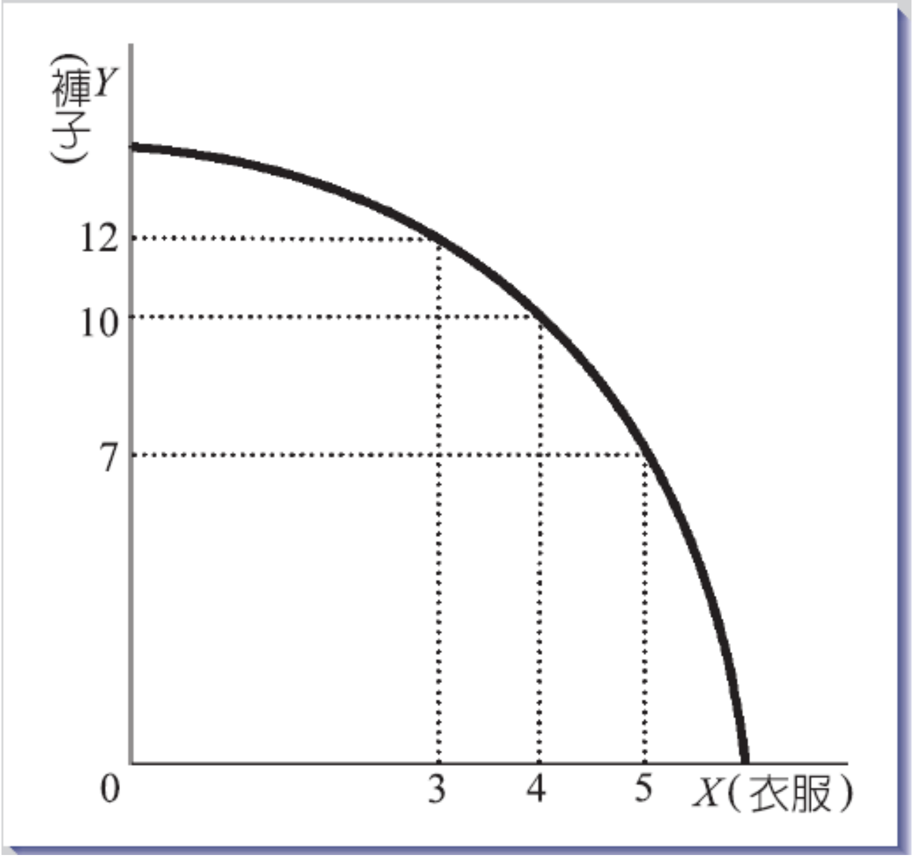
(圖1.5 曲線斜率的認定)
生產可能曲線是一條曲線，表示斜率並不是固定的，在曲線上某一點的斜率是以通過該點的切線斜率來認定的，切線愈平坦，代表斜率愈小，反之，切線愈陡峭，代表斜率愈大，所以生產可能曲線的斜率隨著衣服產量增加而變大，稱為斜率遞增。



凸狀(convex)：斜率遞減$\left(\frac{d^2Y}{dX^2}<0\right)$ (f " <0)

凹向原點的生產可能曲線

同樣是增加一單位的衣服，衣服產量由4單位增加到5單位，必須減少的褲子數量為10-7=3，就較衣服產量由3單位增加到4單位，必須減少的褲子數量12-10=2為多，也就是說，生產衣服的機會成本逐漸增加。這現象隱含著資源並不是同質性的，在不能完全替代或適才適用的情形下，將使生產可能曲線變為凹向原點的形狀。



斜率的變化(續)

- 因為斜率隨著衣服產量增加而變大，此即斜率變動($d(\frac{dY}{dX})$)與衣服產量變動(*dX*)是同向關係的，因此，用數學方式可表達為：其實這個式子就等於二階微分(second order difference)：$\frac{d(\frac{dY}{dX})}{dX} > 0$
- $\frac{d^2Y}{dX^2}$ ，二階微分大於零，表示斜率為遞增。

函數

03

函數的基本觀念簡介

- 什麼是函數？函數為兩集合間的某種對應關係，當集合A中的每一個元素在集中B皆恰有（有且僅有）一個元素與其對應，我們稱這種對應關係為一從集合A對應至集合B的一個函數關係。舉一個最簡單的例子，每個人皆有自己的身高，所以人和身高之間的對應為一函數。
- 通常函數可以用一英文字母，如：f 、 g 、 F 來稱之，若我們說f為從集合A對應至集合B的函數，可記為 f：A→B ，其中集合A稱為函數 f 的**定義域**，集合B稱為函數 f 的**對應域**。
- 集合A中的每個元素所對應的元素可行成一個集合，此集合稱為函數f 的**值域**，記為 f（A），所以函數 f 通常可記為 f：A→f（A）。

函數的圖形

- 通常以函數的定義域的值當 x 座標，值域的值當作 y 座標，則將函數y=f（x）的所有對應數對（x,f（x））在 xy－座標平面上描點，可畫出函數y=f（x）的圖形。

函數觀念的演變史

- 文藝復興以後，西方的科學觀，可以 Galileo Galilei（1564～1642年）的看法為代表。**他認為大自然是依數學方式建構的，人只要掌握各種現象的基本數學關係，就可以靠數學加以推演。**將自然科學數量化，尋求其間的數學關係並加以推演，就成了研究自然科學的新方法。**科學革命對數學的影響之一就是促使函數觀念漸趨成熟；當然，函數觀念的成熟也使科學研究帶來許多方便。**

用坐標的方法研究曲線

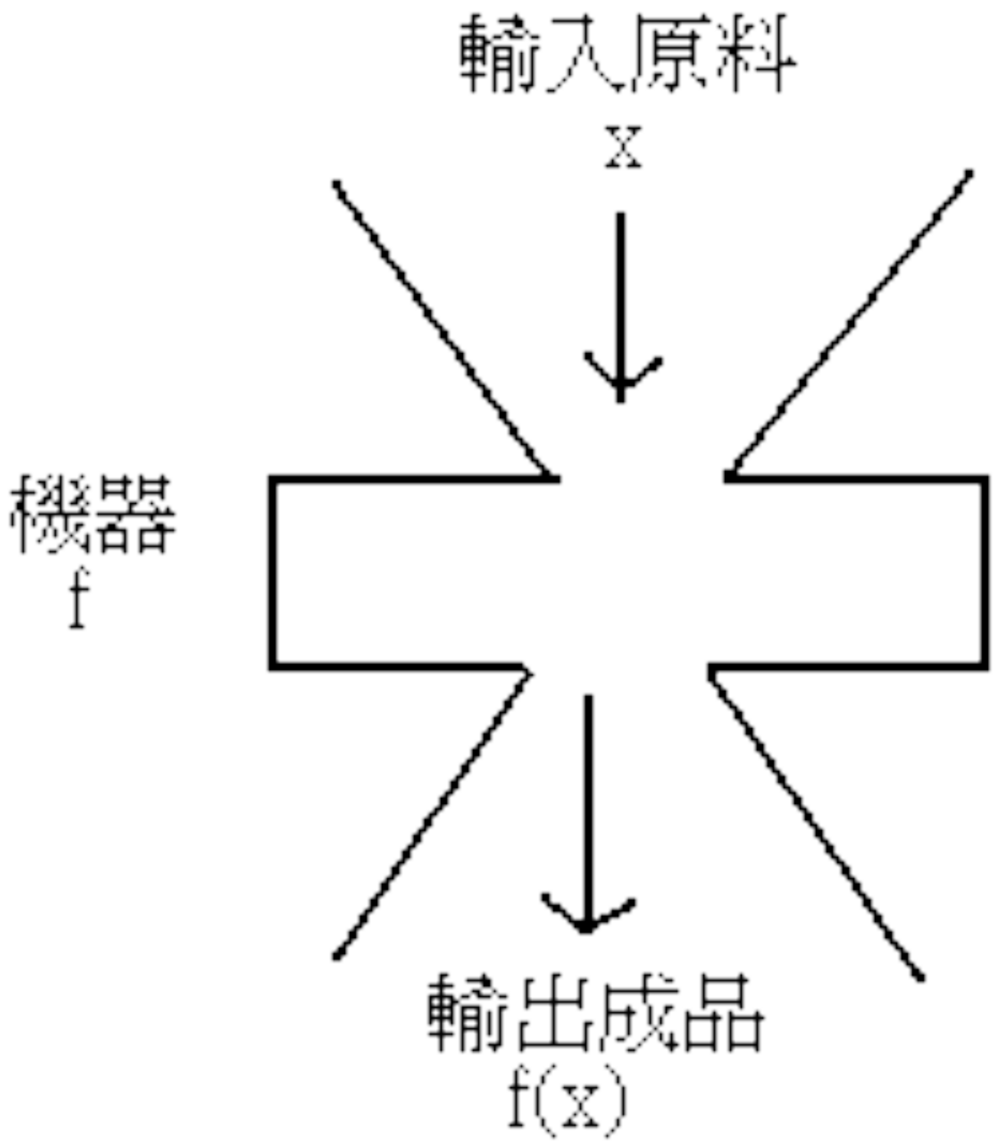
- 用坐標的方法研究曲線，就是把曲線以 x、y 的關係式表示，然後用代數的方法加以處理。反過來，如果採取 Fermat 式的解析幾何觀，從任何一個 x、y 的關係式出發，探討它所代表的曲線的幾何性質，那麼函數觀念的重要性更顯而易見了，因為 x、y 之間的關係常以函數的方法出現。

函數到底是什麼呢？

- 函數到底是什麼呢？最早的想法認為：一個函數是一個代數式子，只含變數以及加減乘除開方等符號，漸漸地，所謂超越（代數的）函數，如sinx 、logx 、*ax* 等等地加了進來，加上種種曲線的研究，現在所謂的初等函數，在十八世紀上半葉就已經非常清楚了。

2.函數表示法:

- (1)當y是x的函數時，我們用符號y=f(x)，或y=g(x)來表示。
- (2)函數f(x)不念成f括號x ，而要讀做f of x，而f()中的括號"( )"表示機器的入口 ，當我們把原料"1" 輸入，即得到輸出成品f(1);當我們把原料"2"輸入，就得到輸出成品f(2);所以當我們把原料"x"輸入，即得到輸出成品f(x)，如圖。


輸入原料
x
機器
f
輸出成品
f(x)

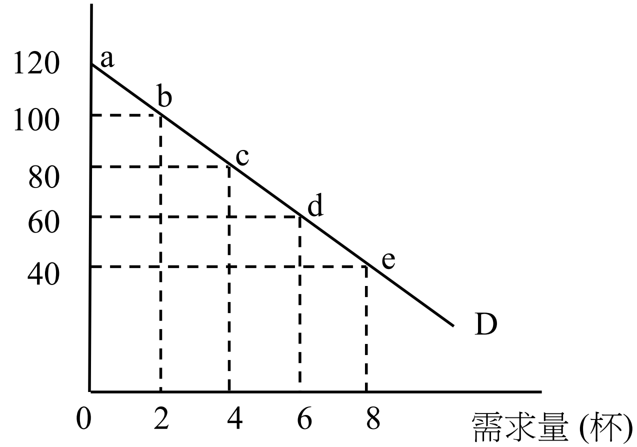
需求函數 (demand function)

- 需求量與價格的關係，可用需求表 (demand schedule)、需求曲線 (demand curve) 或需求函數 (demand function) 等三種方式表達。
- 需求函數表為 $Q^d=12-0.1P$

  式中Q^d代表需求數量，P代表產品售價。

表 1 某家戶對新巴克咖啡每月需求表

	每杯售價	需求量
a	$120	0
b	100	2
c	80	4
d	60	6
e	40	8

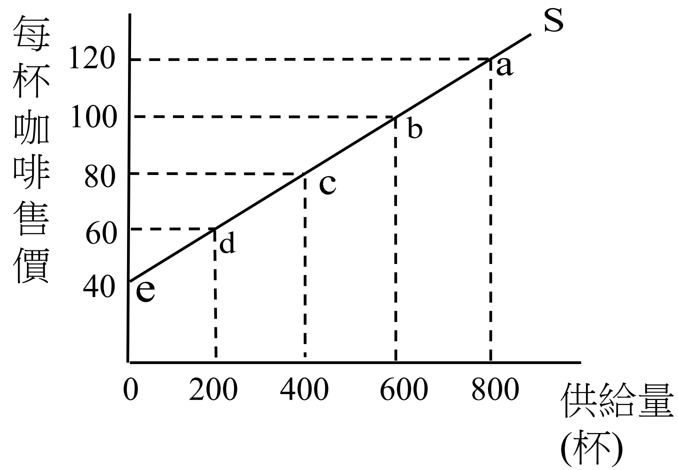


供給函數(supply function)

- 供給量與價格的關係，可用供給表(supply schedule)、供給曲線(supply curve)或供給函數(supply function)等三種方式表達。
- 供給函數表為 Q^s=-400+10P
  Q^s代表供給量，P代表產品售價。

表2 新巴克咖啡店每月供給表

	每杯售價	供給量
a	$120	800
b	100	600
c	80	400
d	60	200
e	40	0



直線式需求曲線

- 經濟學經常使用直線式需求曲線，從事經濟分析。
- 點彈性的公式包含兩個成份，其一為需求曲線斜率的倒數，其二為該點的座標，直線式需求曲線上，不同位置的點彈性有所差異。
- 計算直線式需求曲線上任意一點，例如M之點彈性，有一簡單的公式，即

$$E_d(\mathrm{M}) = \frac{-\mathrm{CD}}{0\mathrm{C}} = \frac{-0\mathrm{B}}{\mathrm{BA}} = \frac{-\mathrm{DM}}{\mathrm{MA}}$$

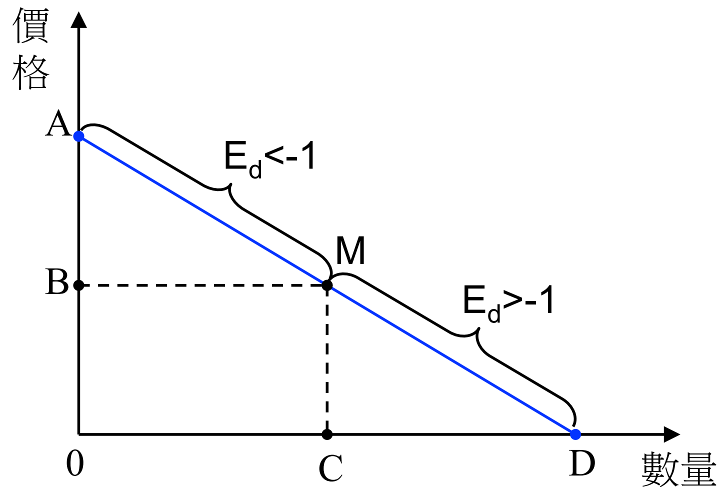


圖3.3　直線式需求曲線

彈性計算

- 兩點變動前後有一段距離，弧（arc）彈性取其直線距離的中點為比較基準。
- 取某一點為比較基準，點（point）彈性即衡量該點的微量變動程度。

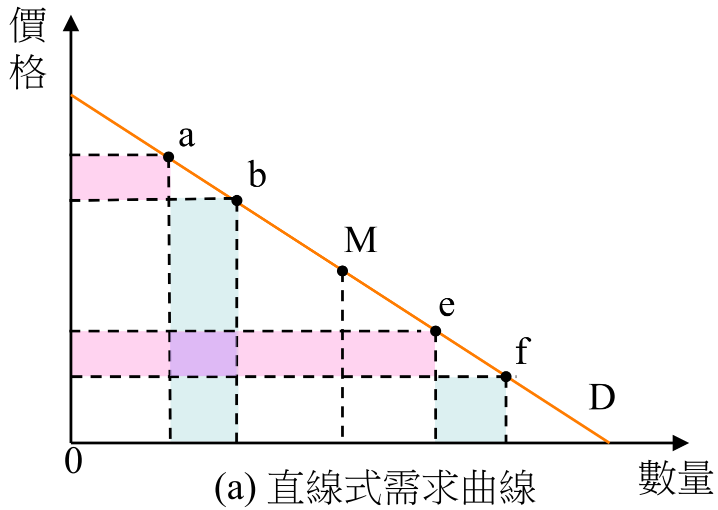
$$\varepsilon=\frac{\text{數量變動百分比}}{\text{價格變動百分比}}=\frac{\%\Delta Q}{\%\Delta P}=\frac{\dfrac{\Delta Q}{\frac{(Q_1+Q_2)}{2}}}{\dfrac{\Delta P}{\frac{(P_1+P_2)}{2}}}=\frac{\dfrac{(Q_2-Q_1)}{(Q_1+Q_2)}}{\dfrac{(P_2-P_1)}{(P_1+P_2)}}$$

$$\varepsilon=\frac{\dfrac{\Delta Q}{Q}}{\dfrac{\Delta P}{P}}=\frac{P\times\Delta Q}{Q\times\Delta P}=\left(\frac{P}{Q}\right)\times\left(\frac{1}{\text{斜率}}\right)$$

$$\text{斜率}=\frac{\Delta P}{\Delta Q}$$

需求彈性和總收入之關係

總收入（等於價格乘以需求量）隨價格上升會上升或下降？必須配合需求彈性的訊息，方可明確判斷價格變動後總收入變動的方向，屬需求彈性重要功能之一。



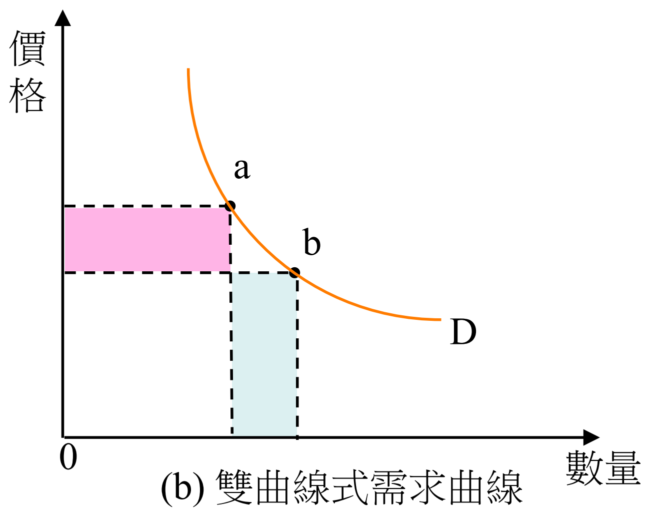


圖3.4　需求彈性和總收入

需求彈性和總收入之關係

表 4-2　需求的價格彈性與總收入之關係整理

需求的價格彈性	商品價格	總收入	價格與總收入關係
$e>1$ (富有彈性)	上升	減少	反方向變動
	下降	增加	
$e<1$ (缺乏彈性)	上升	增加	同方向變動
	下降	減少	
$e=1$ (單位彈性)	上升	不變	總收入維持不變
	下降	不變	

Price elasticity of demand

Total expenditure (TE) and the price elasticity of dem

	Price ↑	Price ↓
Inelastic ($\|\varepsilon_d\| < 1$),	TE ↑	TE ↓
Elastic ($\|\varepsilon_d\| > 1$	TE ↓	TE ↑
Unitary elastic ($\|\varepsilon_d\| = 1$)	TE unchanged	TE unchanged

Price elasticity of demand

- **Total expenditure (TE) and the price elasticity of dem**

	Price ↑	Price ↓
Inelastic ($\vert \varepsilon_d \vert < 1$),	TE ↑	TE ↓
Elastic ($\vert \varepsilon_d \vert > 1$	TE ↓	TE ↑
Unitary elastic ($\vert \varepsilon_d \vert = 1$)	TE unchanged	TE unchanged

* $\Delta\%TE \approx \Delta\%P + \Delta\%Q$

$TR = P \times Q$

$\Delta TR = Q \times \Delta P + \Delta Q \times P$

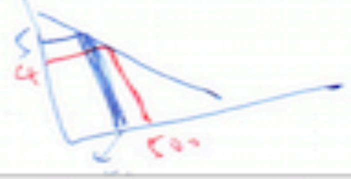
$\frac{\Delta TR}{\Delta P} = Q + \frac{\Delta Q}{\Delta P} \times P = Q + Q \times E_d = Q(1 + E_d)$

$TE = TR = P \times Q$

↳ Revenue

$-1 < E_d$

$P\uparrow \Rightarrow TE\downarrow$



效用函數（utility function）：

- 表達消費商品與效用滿足感之相互關係，可表示為U=f(x)，代表消費某商品X的不同數量，所得到的效用滿足水準；或表示為U = f (X,Y…)，代表消費某商品X，Y… 的不同組合，所得到的效用滿足水準。
- 消費者行為只要知其對各不同商品的選擇取捨偏好順序，而不能確定某物對消費者產生效用之具體大小數量；效用數值愈大代表消費者的滿足感愈大，但不同數值間並無倍數關係。序數效用分析以效用數值大小比較消費者行為的偏好順序，而非直接衡量消費者滿足感的具體大小。

效用函數

- 效用函數係表達消費量與效用之間的關係，可寫為：*U*=*U*(*X*)，其中*U*表效用，*X*為*X*商品的消費量。
  - 喜好財(goods)： $\frac{dU}{dX}>0$；
  - 厭惡財(bads)： $\frac{dU}{dX}<0$。
  - $\frac{dU}{dX}$為*X*商品的邊際效用(marginal utility, *MU*X)，表示*X*增加一單位消費，可使效用提高多少程度。

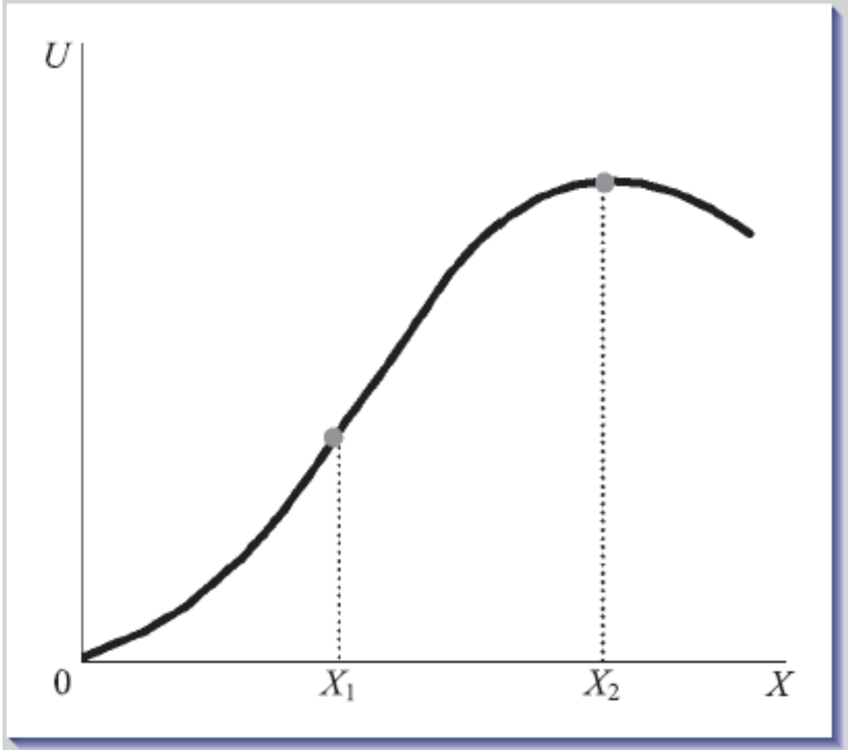
總效用（total utility；TU）：

- 在一定時間內，消費某一財貨勞務所累積得到的效用總和，亦即消費該商品總數所產生的總滿足感。
- TU = U0 + U1 + U2 +……

效用曲線

效用曲線

X_1 爲反曲點，消費量少於 X_1 時，斜率爲遞增狀態，經過 X_1 之後，斜率呈遞減狀態。X_2 代表效用達到最高水準的消費量，其邊際效用爲零，故稱 X_2 爲消費 X 商品的飽和點，消費量超過了 X_2 之後，邊際效用就變爲負的，表示再繼續消費下去不但不是滿足，而是痛苦了。



總效用與邊際效用

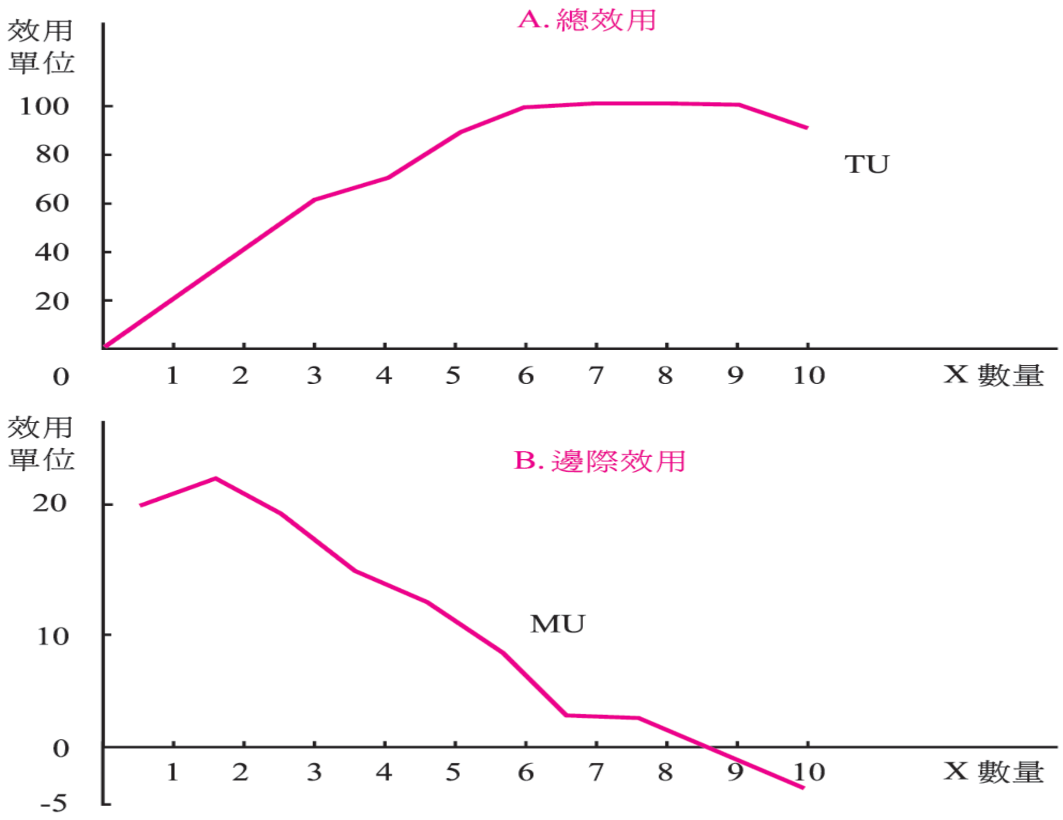
表 4-1　漢堡與電影的總效用與邊際效用

漢堡數量 (X)	總效用 (TU_X)	邊際效用 (MU_X)	電影數量 (Y)	總效用 (TU_Y)	邊際效用 (MU_Y)
0	0		0	0	
1	20	20	1	24	24
2	42	22	2	40	16
3	60	18	3	48	8
4	74	14	4	54	6
5	86	12	5	58	4
6	94	8	6	60	2
7	97	3	7	60	0
8	99	2	8	58	-2
9	99	0	9	54	-4

爲簡化起見，假設表中漢堡產生的效用與電影數量無關；反之亦然。

總效用與邊際效用

圖 4-1 漢堡的總效用與邊際效用



(1)增加一單位 X 物品所增加的總效用就是邊際效用。

(2)邊際效用一般會隨消費物品數量的增加而減少。

(3)邊際效用可能爲正也可能爲負。

效用函數

- 總效用（total utility, TU），是消費一定數量商品帶來的總滿足感。
- 邊際效用（marginal utility, MU）指增加消費一單位商品帶給消費者額外的滿足感。
- 邊際效用隨消費數量增加會逐漸下降，此即有名的「邊際效用遞減律」（the law of diminishing marginal utility）。
- 消費最初幾個單位的商品時，MU仍有遞增的可能性，但隨消費量的增加，MU遞減現象一定發生。

邊際效用（marginal utility；MU）：

- 在一定時間內，每增加一單位消費量所能增加的效用單位，亦即多消費該商品一單位所增加的滿足感幅度。
- MU = ΔU / ΔQ = dU / dQ = 效用變動量 / 消費變動量
- 邊際效用是每一單位消費量的效用變動幅度，而總效用為每一單位邊際效用之總和。因此，在圖形上，邊際效用是總效用曲線的斜率，即
- 邊際效用函數為總效用函數的一階導數（一次微分）。

邊際效用遞減法則：

- 在一定時間內，其他條件不變下，當開始增加消費量時，邊際效用會增加，即總效用增加幅度大，但累積到相當消費量後，隨消費量增加而邊際效用會逐漸減少；若邊際效用仍為正，表示總效用持續增加，但增加幅度逐漸平緩；消費量累積到飽和，邊際效用遞減至0時，表示總效用不會再累積增加，此時總效用達到最大；若邊際效用減為負，表示總效用亦會逐漸減少。

經濟模型

04

經濟學研究應用科學方法

- 發現問題 → 蒐集相關資料加以觀察衡量→建立模型，提出一般化結論，描述實際狀況，分析各變數之間相互關係，進而推測可能的影響因素與結果 → 比較事實狀況與模型推論，檢測其是否相符，發展相關理論，對問題演變指出可能方向並加以解決。

經濟模型 (economic model)

- 為便於以科學方法分析和解釋經濟行為，經濟學家常會建立經濟理論 (economic theory) 或經濟模型 (economic model)，將實際現象適度簡化後，使用數學或邏輯分析法，預測各經濟變數間的因果關係。
- 經濟學家採用科學方法，分析研究經濟問題，大體分為四個主要步驟：
  - 步驟一：確立問題與相關變數。
  - 步驟二：提出假設。
  - 步驟三：設定假說 (hypothesis)。
  - 步驟四：檢驗前步驟的假說。

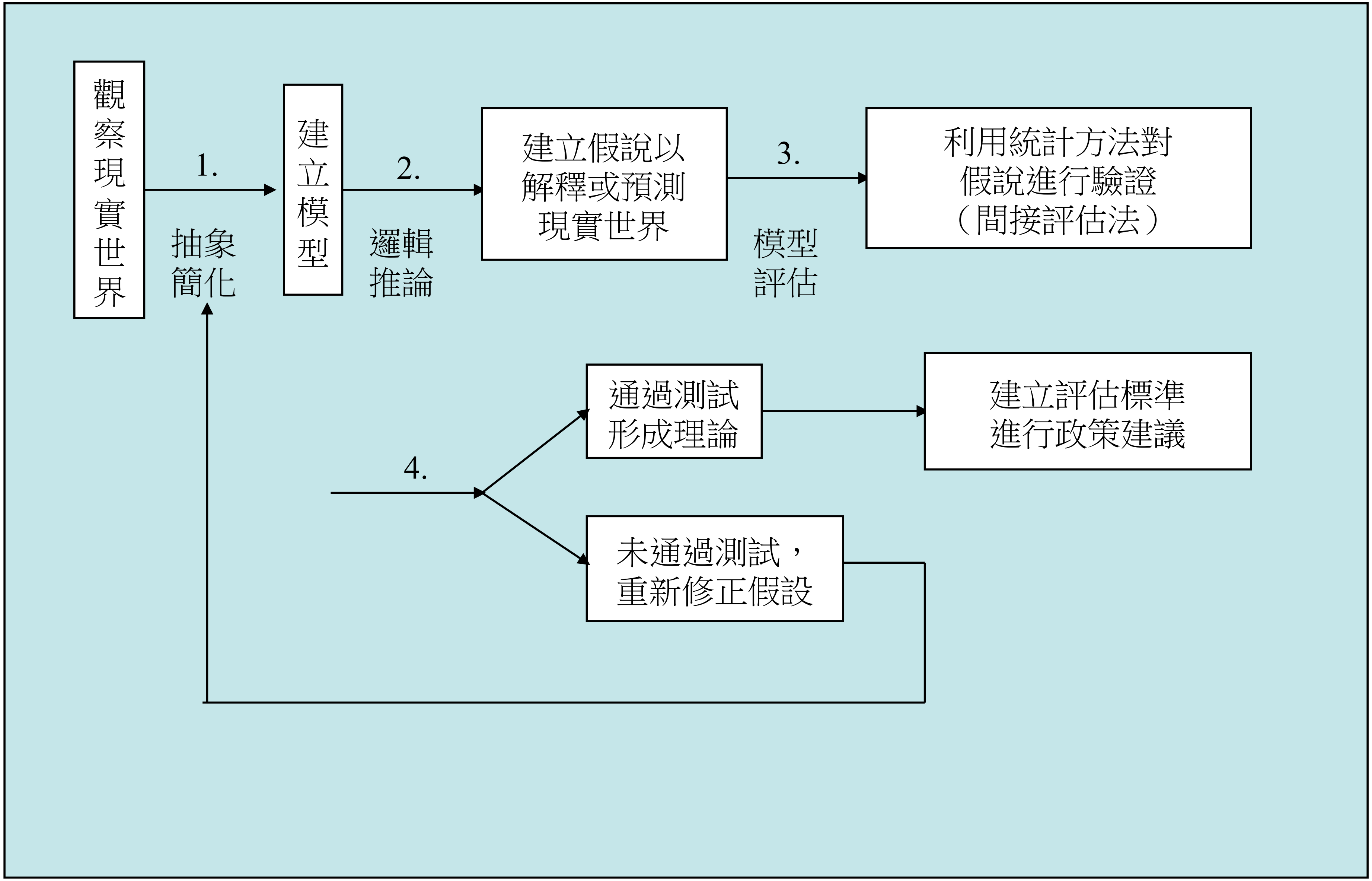
經濟計量分析

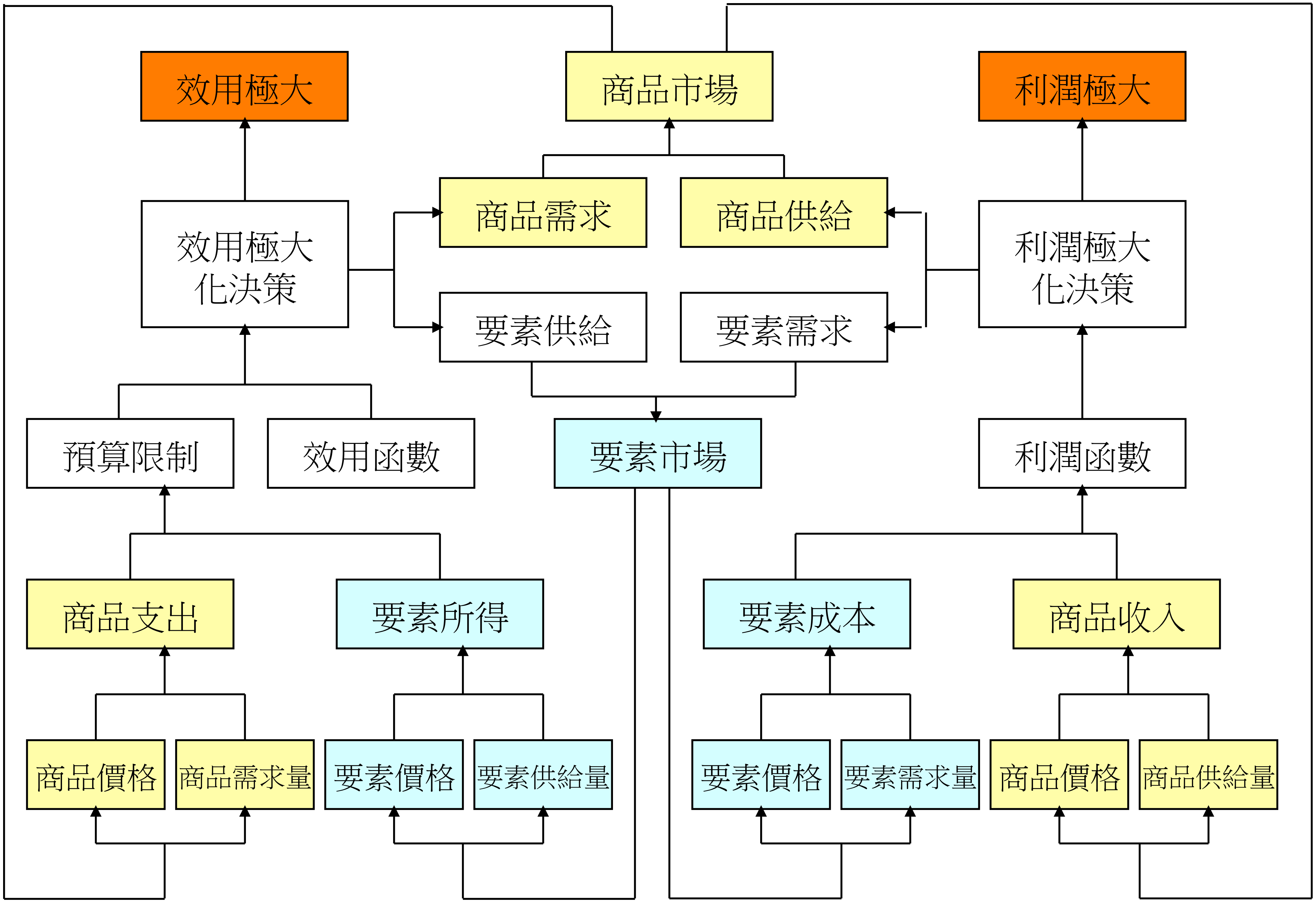
- 根據經濟理論、可利用的資料和現有的經濟計量技術，確定經濟變數之間關係的數學形式，這是經濟計量分析的第一步。它包括以下三方面的決定：
- ①模型包括哪些經濟變數、哪些經濟關係式。
- ②每個經濟關係式的函數形式。
- ③參數的符號和取值範圍。
- 根據所研究問題的複雜程度，模型可以是單一方程，也可以是聯立方程組。

內生變數和外生變數

- 模型中的變數必須區分內生變數和外生變數。
- 內生變數是由模型的求解來決定其數值的變數，外生變數是在模型以外決定其數值的變數。外生變數給模型所反映的經濟系統以影響，而不受這個系統的影響。
- 一個變數在模型中為內生變數或外生變數，決定於問題的性質與研究的目的，例如積累率在社會主義巨集觀經濟預測模型中常常作為外生變數，而它在經濟系統的優化模型中又常常作為內生變數。

經濟學的研究方法－經濟分析

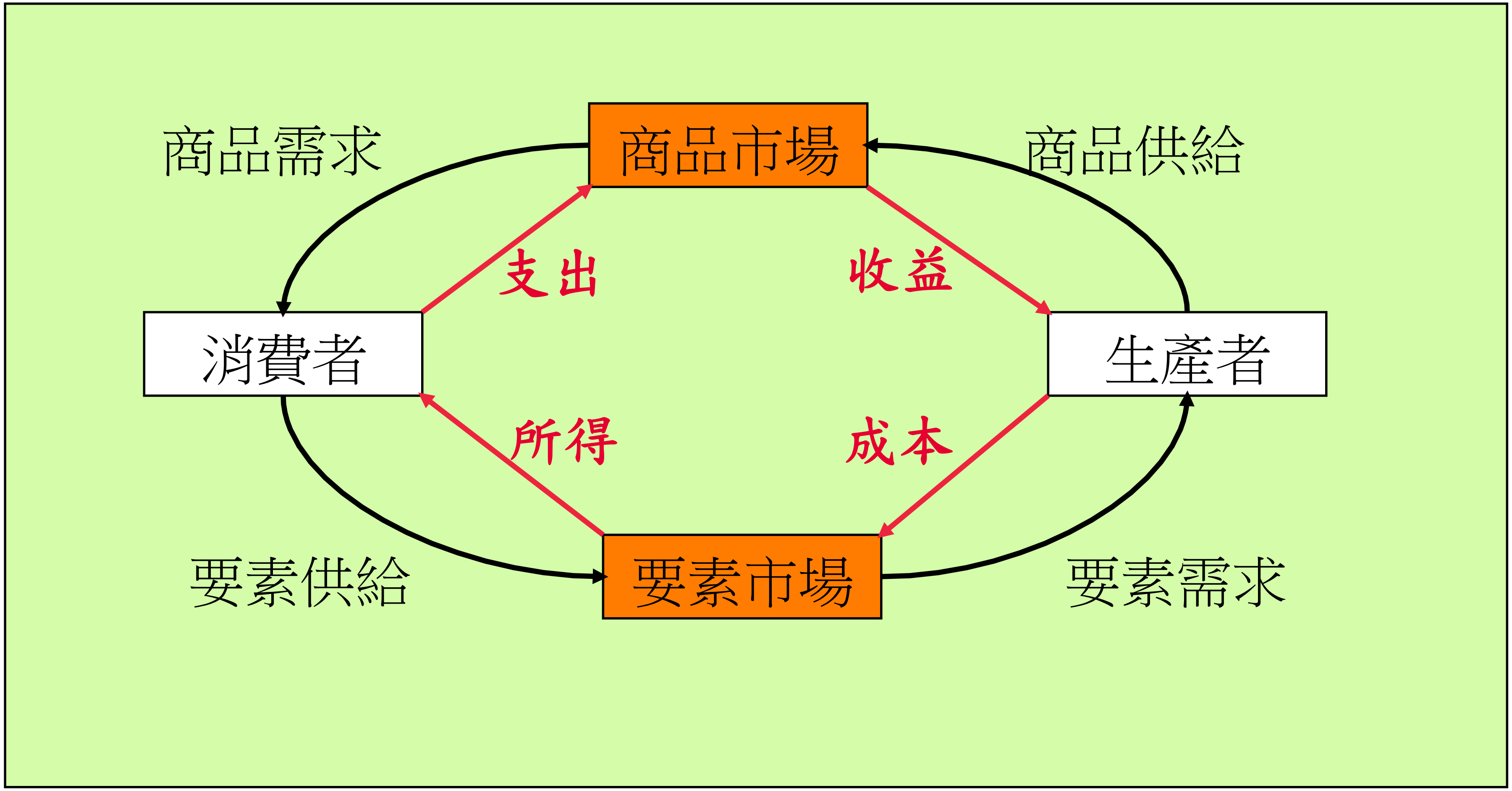


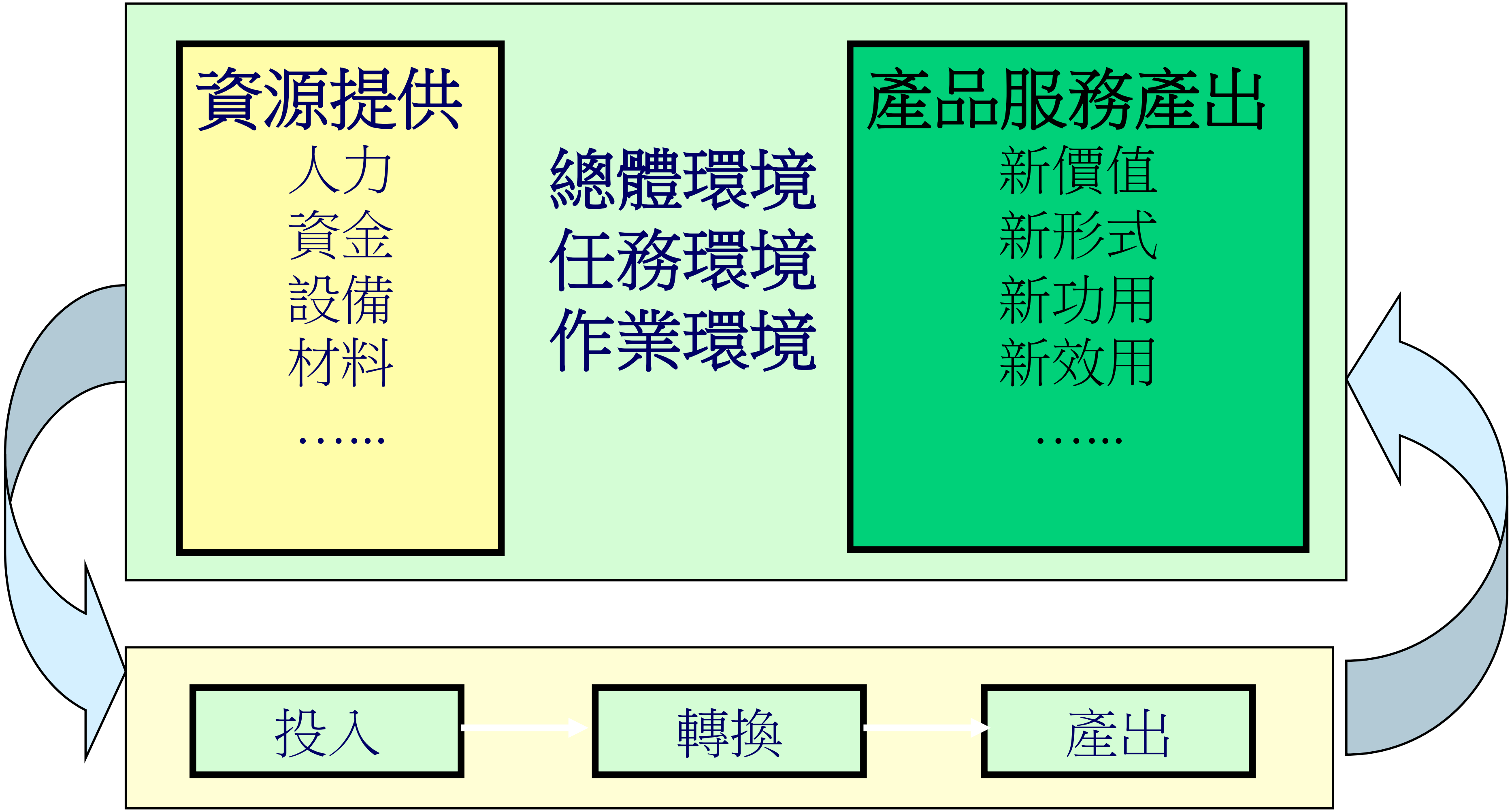


效用極大
商品市場
利潤極大
效用極大化決策
商品需求
商品供給
要素供給
要素需求
利潤極大化決策
預算限制
效用函數
要素市場
利潤函數
商品支出
要素所得
要素成本
商品收入
商品價格
商品需求量
要素價格
要素供給量
要素價格
要素需求量
商品價格
商品供給量

個體經濟學之分析架構

經濟行為循環圖





企業投入產出與環境之關聯

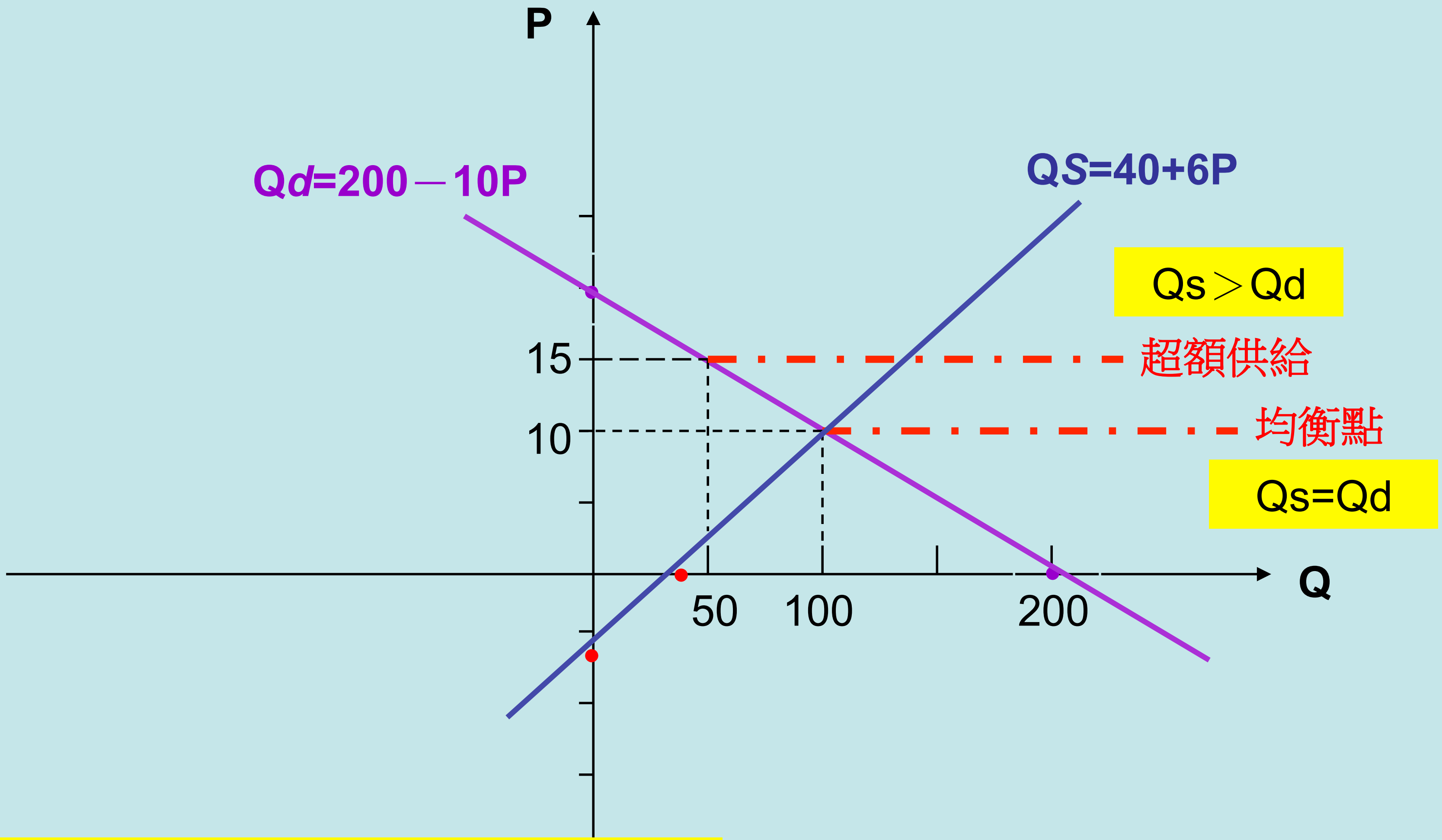
釋例

選擇題

- 已知市場需求為$Qd=200-10P$，供給為$QS=40+6P$，式中P 為價格，Qd 為需求數量，QS 為供給數量。根據以上數式，可推論：
- (A)若市場價格為10，需求數量為80
- (B)若市場價格為15，需求數量為20
- (C)若市場價格為10，市場將有超額需求
- (D)若市場價格為15，市場將有超額供給

解題步驟

- 先於座標上描繪出市場需求為Q*d*=200－10P；先令P=0得Q*d*=*200*；再設Q*d*=0得P=2。於座標上可由兩點（x,y）→（Q*d*，*P*）：(0,20) 、(200,0)連結而繪出方程式Q*d*=200－10P的直線。
- 再於座標上描繪出市場需求為Q*S*=40+6P ；先令P=0得Q*S*=40；再設Q*S*=0得P=-40/6。於座標上可由兩點（x,y）→（Q*S*，*P*）：(0,-40/6) 、(40,0)連結而繪出方程式Q*S*=40+6P的直線。
- 解聯立方程式可得**均衡點**為（x,y）→（Q，*P*）=(100,10) ；
- 請參考下圖即可獲得正確的答案



(A)若市場價格為10，需求數量為**100**
(B)若市場價格為15，需求數量為**50**
(C)若市場價格為10，市場將有**均衡點出現**
(D)若市場價格為15，市場將有超額供給

選擇題

- 已知X的價格為5，Y的需求量為100；X的價格為10時，Y的需求量為200。請利用上述資料採用弧彈性計算方式，求出X與Y之需求交叉彈性：
- (A)2
- (B)－2
- (C)1
- (D)0

$$E_d = \frac{\dfrac{(Q_2 - Q_1)}{Q_1}}{\dfrac{(P_2 - P_1)}{P_1}}$$

$$\varepsilon = \frac{\dfrac{\Delta Q}{Q}}{\dfrac{\Delta P}{P}}$$

弧彈性(arc elasticity)

- 需求彈性的衡量方式有兩種，第一：弧彈性（arc elasticity），衡量需求曲線上某線段的彈性值。

$$E_d = -\frac{\dfrac{(Q_2 - Q_1)}{(Q_1 + Q_2)/2}}{\dfrac{(P_2 - P_1)}{(P_1 + P_2)/2}} = -\frac{\dfrac{\Delta Q}{(Q_1 + Q_2)}}{\dfrac{\Delta P}{(P_1 + P_2)}}$$

簡答題

- 一、試繪圖說明：**邊際、斜率、微分**三者的關係。並以公式解釋：【效用】【彈性】
- 二、試繪圖說明：**函數、方程式、座標**三者的關係。並公式解釋：【需求函數】【供給函數】【效用函數】